

Департамент внутренней и кадровой политики Белгородской области
Областное государственное автономное профессиональное образовательное
учреждение
«Белгородский индустриальный колледж»

Рассмотрено
ЦК «Информатики и ПОВТ»
Протокол заседания № 1
от «31» августа 2020 г.
Председатель цикловой
комиссии
_____ Третьяк И.Ю.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики

по специальности

09.02.07 Информационные системы и программирование

Разработчик: Третьяк Ирина
Юрьевна, преподаватель
ОГАПОУ «Белгородский
индустриальный колледж»

Белгород 2020

Содержание

	Стр.
1. Пояснительная записка	3
1.1 Краткая характеристика дисциплины, ее цели и задачи.	3
Место практических работ в курсе дисциплины	
1.2 Организация и порядок проведения практических работ	3
1.3 Техника безопасности при выполнении практических работ	3
1.4 Общие указания по выполнению практических работ	4
1.5 Критерии оценки результатов выполнения практических работ	4
2. Тематическое планирование практических работ	6
3. Содержание практических работ	7
4. Информационное обеспечение обучения	26

1. Пояснительная записка

1.1. Краткая характеристика дисциплины, ее цели и задачи. Место практических работ в курсе дисциплины

Дисциплина ЕН.02 «Дискретная математика с элементами математической логики» является частью математического и общего естественно-научного учебного цикла ППССЗ базовой подготовки и предназначена для обучающихся по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Дисциплина изучается в III семестре. В целом рабочей программой предусмотрено 20 часов на выполнение практических работ, что составляет не менее 31 % от максимальной нагрузки, которая составляет 64 часа.

Цель настоящих методических указаний: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по дисциплине «Дискретная математика с элементами математической логики», качественное выполнение которых поможет студентам освоить обязательный минимум содержания дисциплины и подготовиться к промежуточной аттестации в форме дифференцируемого зачета.

1.2. Организация и порядок проведения практических работ

Практические работы проводятся после изучения теоретического материала в учебном кабинете. Введение практических занятий в учебный процесс служит связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, а так же для получения практических навыков и умений. На практическом занятии задания, выполняются студентом самостоятельно, с применением знаний и умений, усвоенных на предыдущих уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя. Обучающиеся должны иметь методические рекомендации по выполнению практических работ, конспекты лекций, измерительные и чертежные инструменты, средство для вычислений.

1.3. Техника безопасности при выполнении практических работ

При работе в учебном кабинете запрещается:

- находиться в кабинете в отсутствии преподавателя и на перемене;
- вставать со своего места и ходить по кабинету без разрешения преподавателя;
- размещать на рабочем месте посторонние предметы.

Обучающийся обязан:

- спокойно, не торопясь, не задевая столы, входить в кабинет и занять отведенное ему место,

- во время перемены покинуть кабинет,
- работать на одном, закрепленном за ним месте;
- приступать к работе по указанию преподавателя,
- по окончании работы сдать выданные материалы преподавателю,
- привести свое рабочее место в порядок.

1.4 Общие указания по выполнению практических работ

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель. При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер группы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта, на полях указана дата выполнения работы
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки, и сделать работу над ошибками

<i>Код</i>	<i>Умения</i>	<i>Знания</i>
ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09, ОК 10	Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.	Основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов. Формулы алгебры высказываний. Методы минимизации алгебраических преобразований. Основы языка и алгебры предикатов. Основные принципы теории множеств.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению работы. Выполненная практическая работа должна содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта, дату выполнения на полях.

2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче.

1.5 Критерии оценки результатов выполнения практических работ

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

- уровень усвоения студентом учебного материала;
- умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность ключевых (общеучебных) компетенций; • обоснованность и четкость изложения материала;
- уровень оформления работы. Анализ результатов. Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5». Если практическая работа выполнена более чем на 75%, ставится оценка «4». Если практическая работа выполнена более чем на 60%, ставится оценка «3». В противном случае работа не засчитывается и выставляется оценка «2»

2. Тематическое планирование практических работ

№ п/п	Наименование	Кол-во часов
1	Определение значения истинности высказываний. Построение составных высказываний.	2
2	Составление таблиц истинности для формул.	2
3	Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований.	2
4	Приведение формул к совершенным нормальным формам.	2
5	Упрощение формул логики до минимальной ДНФ.	2
6	Выполнение операции над множествами.	2
7	Решение задач при помощи кругов Эйлера.	2
8	Решение задач алгебры Буля.	2
9	Выполнение логических операций над предикатами.	2
10	Выполнение операций с кванторами.	2
Всего:		20

3. Содержание практических работ

Практическая работа №1

Построение таблиц истинности упрощенным методом

Вариант – 1

1) С помощью таблицы истинности выяснить, является ли данная формула тавтологией:

- а. $((\neg P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)) \rightarrow P;$
- б. $((P \wedge \neg Q) \rightarrow (R \wedge \neg R)) \rightarrow (P \rightarrow Q);$
- в. $((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P;$
- г. $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \rightarrow (P \rightarrow R)$

2) С помощью равносильных преобразований для данных формул составить таблицы истинности:

- а. $(a \vee (\bar{a} \vee b)) \wedge ((\bar{a} \wedge (\bar{b} \vee d)) \vee c) \vee \bar{c} \vee (a \vee (b \wedge \bar{d})),$
- б. $((a \vee c) \wedge (a \vee d)) \wedge (((c \vee (c \wedge b)) \wedge \bar{c}) \vee \bar{a})$
- в. $(\bar{b} \vee d) \wedge ((\bar{d} \wedge c) \vee (a \wedge c) \vee (\bar{d} \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge \bar{c})) \wedge (b \vee d).$

3) Сформулировать для данного предложения обратное, противоположное прямому, противоположное обратному:

- а. В ромбе диагонали взаимно перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам.
- б. Если треугольник равнобедренный, то углы при основании равны

4) Является ли рассуждение правильным:

Если небо облачное и высокая влажность, то идет дождь. Дождя нет. Следовательно, либо небо ясно, либо низкая влажность воздуха.

Вариант – 2

1) С помощью таблицы истинности выяснить, является ли данная формула тавтологией:

- а. $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \wedge \neg(Q \vee S)) \rightarrow \neg(P \vee R);$
- б. $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge S));$
- в. $((P \rightarrow Q) \vee R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \vee R));$
- г. $P \rightarrow (Q \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q))).$

2) С помощью равносильных преобразований для данных формул составить таблицы истинности:

а. $(a \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b) \wedge (b \vee c),$

б. $(a \vee \bar{c}) \vee ((b \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{d}) \wedge (d \vee b) \wedge (\bar{a} \vee d)) \vee (a \wedge \bar{c}),$

в. $(a \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b) \vee (c \wedge \bar{b})$

3) Сформулировать для данного предложения обратное, противоположное прямому, противоположное обратному:

а. Если четырехугольник является параллелограммом, то его противоположные стороны равны.

б. Если у треугольника две стороны равны, то он равнобедренный.

4) Является ли рассуждение правильным:

Если я забуду про зачет, то мне напомнят. Мне никто не напоминал - значит, я не забывал.

Практическая работа №2

Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

Вариант – 1

Задание 1: Для заданной булевой функции $f(x, y, z)$:

– составить СДНФ и СКНФ функции;

– минимизировать СДНФ функции.

1) $(B \rightarrow C) \vee A\bar{B} \vee \bar{A}C$

5) $(AC \rightarrow B) \vee ABC\bar{C}$

2) $(A \rightarrow \bar{B}C) \vee A\bar{B} \vee B\bar{C}$

6) $(\bar{A} \leftrightarrow C)(\bar{B}C \rightarrow AB)$

3) $(AC \rightarrow \bar{B}) \vee B\bar{C}$

7) $(B \rightarrow C) \vee (B \rightarrow AC)$

4) $B \vee (A \leftrightarrow CB) \vee A\bar{C}$

8) $(AB \rightarrow C) \vee A \vee \bar{A}C$

Задание 2

№	$f(x, y, z)$	№	$f(x, y, z)$	№	$f(x, y, z)$
1	$(x \rightarrow (y \downarrow z)) \oplus y$	11	$(x \vee \bar{z}) \rightarrow (\bar{y} \downarrow z)$	21	$((x \downarrow \bar{y}) \leftrightarrow z) \oplus y$
2	$((x \mid z) \rightarrow y) \oplus \bar{z}$	12	$(\bar{x} \vee y) \leftrightarrow (z \oplus x)$	22	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \bar{y})$
3	$((x \downarrow y) \rightarrow z) \leftrightarrow y$	13	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \bar{y})$	23	$(\bar{y} \rightarrow z) \leftrightarrow (x \downarrow y)$
4	$((y \mid z) \rightarrow \bar{x}) \leftrightarrow z$	14	$(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \mid y)$	24	$(\bar{x} \wedge y) \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow x)$
5	$((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \oplus x$	15	$(z \rightarrow \bar{x}) \leftrightarrow (x \downarrow y)$	25	$(x \downarrow \bar{y}) \rightarrow (y \leftrightarrow \bar{x})$
6	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \bar{y})$	16	$(x \vee \bar{z}) \downarrow (y \vee z)$	26	$(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y \vee x)$
7	$(x \downarrow y) \oplus (\bar{y} \rightarrow z)$	17	$(x \wedge \bar{y}) \leftrightarrow (\bar{z} \vee y)$	27	$(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (z \rightarrow x)$
8	$((x \mid y) \rightarrow z) \leftrightarrow y$	18	$(\bar{x} \wedge z) \rightarrow (y \leftrightarrow x)$	28	$(x \rightarrow y) \wedge (\bar{y} \leftrightarrow z)$
9	$(\bar{x} \vee y) \rightarrow (y \leftrightarrow \bar{z})$	19	$(x \downarrow y) \oplus (\bar{y} \leftrightarrow z)$	29	$(x \vee \bar{z}) \downarrow (y \rightarrow z)$
10	$((x \leftrightarrow \bar{y}) \rightarrow z) \downarrow y$	20	$(\bar{x} \vee y) \leftrightarrow (z \rightarrow x)$	30	$(x \leftrightarrow y) \vee (\bar{z} \rightarrow x)$

Вариант – 2

Задание 1: Для заданной булевой функции $f(x, y, z)$:

– составить СДНФ и СКНФ функции;

– минимизировать СДНФ функции.

- | | | | |
|----|---|----|---|
| 1) | $(A \leftrightarrow C) \vee (A\bar{B} \rightarrow C)$ | 5) | $(\bar{A} \leftrightarrow B) \vee (A \rightarrow BC)$ |
| 2) | $(\bar{A}\bar{B} \rightarrow \bar{C}) \vee ABC$ | 6) | $(\overline{A \rightarrow B}) (C\bar{A} \rightarrow B)$ |
| 3) | $(AB \rightarrow C) \vee A\bar{C}$ | 7) | $(A \rightarrow \bar{B}C) \vee A\bar{B} \vee BC$ |
| 4) | $(\bar{A} \rightarrow BC) \wedge (A \leftrightarrow C)$ | 8) | $(A \rightarrow C) \vee A\bar{B} \vee BC$ |

Задание 2

№	$f(x, y, z)$	№	$f(x, y, z)$	№	$f(x, y, z)$
1	$(x \rightarrow (y \downarrow z)) \oplus y$	11	$(x \vee \bar{z}) \rightarrow (\bar{y} \downarrow z)$	21	$((x \downarrow \bar{y}) \leftrightarrow z) \oplus y$
2	$((x \mid z) \rightarrow y) \oplus \bar{z}$	12	$(\bar{x} \vee y) \leftrightarrow (z \oplus x)$	22	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \bar{y})$
3	$((x \downarrow y) \rightarrow z) \leftrightarrow y$	13	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \bar{y})$	23	$(\bar{y} \rightarrow z) \leftrightarrow (x \downarrow y)$
4	$((y \mid z) \rightarrow \bar{x}) \leftrightarrow z$	14	$(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \mid y)$	24	$(\bar{x} \wedge y) \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow x)$
5	$((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \oplus x$	15	$(z \rightarrow \bar{x}) \leftrightarrow (x \downarrow y)$	25	$(x \downarrow \bar{y}) \rightarrow (y \leftrightarrow \bar{x})$
6	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \bar{y})$	16	$(x \vee \bar{z}) \downarrow (y \vee z)$	26	$(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y \vee x)$
7	$(x \downarrow y) \oplus (\bar{y} \rightarrow z)$	17	$(x \wedge \bar{y}) \leftrightarrow (\bar{z} \vee y)$	27	$(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (z \rightarrow x)$
8	$((x \mid y) \rightarrow z) \leftrightarrow y$	18	$(\bar{x} \wedge z) \rightarrow (y \leftrightarrow x)$	28	$(x \rightarrow y) \wedge (\bar{y} \leftrightarrow z)$
9	$(\bar{x} \vee y) \rightarrow (y \leftrightarrow \bar{z})$	19	$(x \downarrow y) \oplus (\bar{y} \leftrightarrow z)$	29	$(x \vee \bar{z}) \downarrow (y \rightarrow z)$
10	$((x \leftrightarrow \bar{y}) \rightarrow z) \downarrow y$	20	$(\bar{x} \vee y) \leftrightarrow (z \rightarrow x)$	30	$(x \leftrightarrow y) \vee (\bar{z} \rightarrow x)$

Справочный материал:

Сложением по модулю два (альтернативной дизъюнкцией, логическим сложением, исключаяющим «ИЛИ», строгой дизъюнкцией) двух высказываний x и y называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда оба высказывания x и y принимают разные значения. Дизъюнкция обозначается $x \oplus y$ (читается: «или x , или y »). Таблица истинности для $x \oplus y$ имеет вид:

x	y	$x \oplus y$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Стрелка Пирса – это отрицание дизъюнкции. Стрелка Пирса обозначается $X \downarrow Y$. Читается «ни X , ни Y ».

Таблица истинности для стрелки Пирса имеет вид:

x	y	$x \downarrow y$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Штрих Шеффера – это отрицание конъюнкции. Штрих Шеффера обозначается $x|y$, задаётся следующей таблицей истинности:

x	y	$x y$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Практическая работа №3

Представление булевой функции в виде СКНФ и СДНФ

Вариант 1

Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

- $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$
- $\left(\overline{(A \wedge B)} \Rightarrow A \right) \Rightarrow A \vee B$
- $(\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$

Вариант 2

Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $\left(\overline{(A \wedge B)} \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \vee B)$
2. $x \left| (y \rightarrow z) \oplus (x|y) \rightarrow (x|z) \right.$
3. $(\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$

Вариант 3

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $(x|y) \rightarrow (x|z)$
2. $\overline{(A \wedge B)} \Leftrightarrow (\bar{B} \oplus \bar{A}) \Leftrightarrow (A \vee B) \oplus (A \oplus \bar{B})$
3. $(\bar{z} \oplus y) \Rightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$

Вариант 4

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $\overline{(A \Rightarrow B)} \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$
2. $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \Leftrightarrow x \wedge (y \oplus z)$
3. $(\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$

Вариант 5

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y$
2. $(x|y) \rightarrow (x|z) \oplus (\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$
3. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$

Вариант 6

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$
2. $\overline{(A \Rightarrow B)} \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A}) \oplus ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \Rightarrow A$
3. $(\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$

Вариант 7

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $\overline{(z \rightarrow x)} \Leftrightarrow (y|x)$
2. $\overline{(A \Rightarrow B)} \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge \bar{B}) \oplus A$

$$3. (\bar{z} \vee x) \Leftrightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

Вариант 8

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

$$1. ((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$$

$$2. x | (y \Rightarrow z) \Leftrightarrow (x | y) \vee (x | z)$$

$$3. (\bar{z} \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} | (y \oplus \bar{x}))$$

Вариант 9

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

$$1. (\bar{x} | \bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})$$

$$2. (\bar{A} \Rightarrow \bar{B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \oplus \bar{B}) \vee A$$

$$3. ((A \vee B) \oplus \bar{B}) \Rightarrow A$$

Вариант 10

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

$$1. \left(A \vee B \wedge A \right) \Leftrightarrow A$$

$$2. (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \Rightarrow x \oplus (y \vee z)$$

$$3. (x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \Leftrightarrow \bar{x})$$

Вариант 11

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

$$1. (\bar{z} \rightarrow x) \Leftrightarrow (y | x)$$

$$2. (\bar{A} \vee \bar{B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow ((A \vee B) \oplus \bar{B}) \Rightarrow A$$

$$3. (\bar{z} \oplus y) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

Вариант 12

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

$$1. ((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$$

$$2. x | (y \oplus z) \oplus (x | y) \vee (x | z)$$

$$3. (\bar{A} \vee \bar{B}) \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$$

Вариант 13

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$
2. $(\overline{A \Rightarrow B}) \wedge (\overline{B} \Leftrightarrow \overline{A}) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \oplus A$
3. $(\overline{z} \Leftrightarrow y) \vee (\overline{z} | (z \vee \overline{x}))$

Вариант 14

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $(x | \overline{y}) \oplus (\overline{z} \rightarrow x)$
2. $(\overline{A} \oplus \overline{B}) \Leftrightarrow (\overline{B} \oplus \overline{A}) \Leftrightarrow A \Rightarrow ((A \vee B) \wedge \overline{B})$
3. $(\overline{z} \Rightarrow y) \oplus (\overline{z} | (y \vee \overline{x}))$

Вариант 15

Построить таблицу истинности, найти СНДФ, найти минимальную ДНФ.

для высказывания:

1. $\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \downarrow B)$
2. $x | ((y \wedge z) \Rightarrow (x | y)) \oplus (x | z)$
3. $(\overline{z} \vee y) \rightarrow (\overline{z} \oplus \overline{x})$

Практическая работа №4

«Выполнение операций над множествами»

Вариант – 1

1. В футбольной команде «Спартак» 30 игроков, среди них 18 нападающих, 11 полузащитников, 17 защитников и вратари. Известно, что трое могут быть нападающими и защитниками, 10 защитниками и полузащитниками, 6 нападающими и защитниками, а 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником. Вратари не заменимы. Сколько в команде «Спартак» вратарей?

2. Найти $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$. $A = \{4; 6; 8\}; B = \{6; 10; 14\}$

3. Даны множества M, P, T . Каким будет множество $S = (M \cup P) \setminus T$, если

$M = \{3; 7; 8; 6; 0\}; P = \{x | x \in R; 0 < x \leq 6\}; T = \{x | x \in R; 3 \leq x < 7\}$ Найдите его.

Изобразите его с помощью кругов Эйлера.

4. Заданы множества A, B, C : $A = \{2,3,4, f\}$, $B = \{3,4\}$, $C = \{4,3\}$ Какие из утверждений будут верными?

- a) Множества A и C не содержат одинаковых элементов.
- b) Множества A и C равны ($A = C$).
- c) Множества B и C равны ($B = C$).
- d) Множество A является подмножеством множества B . ($A \subseteq B$)
- e) Множество C является подмножеством множества A . ($C \subseteq A$)
- f) Множество C является подмножеством множества B . ($C \subseteq B$)
- g) Пустое множество \emptyset является подмножеством множества A .
- i) Множество A конечно.
- j) Множество B является бесконечным.
- k) Множество B является подмножеством пустого множества.

Вариант – 2

1. В магазине побывало 65 человек. Известно, что они купили 35 холодильников, 36 микроволновок, 37 телевизоров. 20 из них купили и холодильник и микроволновку, 19 - и микроволновку, и телевизор, 15- холодильник и телевизор, а все три покупки совершили три человека. Был ли среди них посетитель, не купивший ничего?

2. Найти $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$. $A = \{3,7,11,d\}, B = \{7,11,d\}$,

3. Даны множества M, P, T . Каким будет множество $S = (M \cup P) \setminus T$, если $M = \{3;7;8;6;0\}$; $P = \{x | x \in R; 0 < x \leq 6\}$; $T = \{x | x \in R; 3 \leq x < 7\}$ Найдите его.

Изобразите его с помощью кругов Эйлера.

4. Заданы множества A, B, C : $A = \{7,9,a\}$, $B = \{a,9,7\}$, $C = \{7,8,9,a,b\}$. Какие из утверждений будут верными?

- a) Множества A и C не содержат одинаковых элементов.
- b) Множества A и C равны ($A = C$).
- c) Множества B и C равны ($B = C$).
- d) Множество A является подмножеством множества B . ($A \subseteq B$)
- e) Множество C является подмножеством множества A . ($C \subseteq A$)
- f) Множество C является подмножеством множества B . ($C \subseteq B$)
- g) Пустое множество \emptyset является подмножеством множества A .

- i) Множество A конечно.
- j) Множество B является бесконечным.
- k) Множество B является подмножеством пустого множества.

Практическая работа №5

«Решение задач на выполнение теоретико-множественных операций и на подсчет количества элементов»

Вариант – 1

1. Заданы множества A, B . Найдите: $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$.
 - а. $A = \{1, 2, 4, 5, k, l\}, B = \{2, 3, 4, 5, l, m\}$.
 - б. $A = \{3, t, o, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5, o, p\}$.
 - в. $A = \{5, 6, 8, y, u, r\}, B = \{6, 7, 8, y, m, r\}$.
 - г. $A = \{1, 2, 3, f, h\}, B = \{0, 1, 2, 3, f, l\}$.
2. Заданы произвольные множества A, B, C . Расположите множества: $A \cap B, A \cap B \cap C, A \cap B \cap C, A \cap (B \cap C)$, в таком порядке, чтобы каждое из них являлось подмножеством следующего за ним.
3. Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов. Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?
4. Пусть $N = \{1, 3, 7\}$ и $M = \{0, 1, 3, 4, 8\}$. Из каких элементов состоят множества:
 - а. $N \times M$ и $M \times N$?
 - б. $(N \times M) \cap (M \times N)$ и $(N \times M) \cup (M \times N)$?
 - в. $(N \cap M) \times (M \cap N)$ и $(N \cup M) \times (M \cup N)$?
5. С помощью цифр 1, 2, 9 составить все возможные четырехзначные числа. Подсчитать их количество.

Вариант – 2

1. Заданы множества A, B . Найдите: $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$.
 - а. $A = \{4, 6, 8, 10, m, n\}, B = \{1, 4, 7, 10, m, r\}$.
 - б. $A = \{2, 3, 6, 7, i, y\}, B = \{3, 4, 5, 6, i, y, x\}$.

в. $A = \{a, b, c, 3, 6, 9\}$, $B = \{b, c, d, 6, 7, 8\}$.

г. $A = \{x, y, z, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, s, t, y\}$.

2. Заданы произвольные множества A, B, C . Расположите множества: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap B \cap C$, A , в таком порядке, чтобы каждое из них содержало предыдущее множество.

3. В трёх группах 70 студентов. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 студентов из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько студентов не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько студентов заняты только спортом?

4. Пусть $N = \{2, 1, 4\}$ и $M = \{1, 1, 6, 7\}$. Из каких элементов состоят множества:

а. $N \times M$ и $M \times N$?

б. $(N \times M) \cap (M \times N)$ и $(N \times M) \cup (M \times N)$?

в. $(N \cap M) \times (M \cap N)$ и $(N \cup M) \times (M \cup N)$?

5. С помощью цифр 6, 1, 2 составить все возможные четырехзначные числа. Подсчитать их количество.

Практическая работа №6

«Решение задач на определение соответствия между двумя множествами»

Вариант – 1

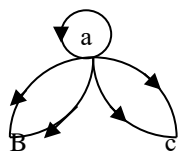
1) Пусть $M = \{1, 3, 4, 6\}$. Составить матрицы отношения $R_1, R_2, R_3 \subseteq M \times M$ и найти $R_1 \circ R_2 \circ R_3$ если:

а. R_1 - "быть делителем";

б. R_2 - "иметь общий делитель, отличный от единицы";

с. R_3 - "иметь один и тот же остаток от деления на 3".

2) Какими свойствами обладает отношение, граф которого изображен на рисунке?



3) Соответствие "число x в два раза больше числа y " рассматривается между множествами X и Y . Найти область значения и область определения этого соответствия. Каким будет график, если

a. $X = \{2, 4, 6, 8\}, Y = \{1, 3, 5, 7\}$;

b. $X = [2, 8], Y = \{2, 5, 6, 7\}$.

4) Три одноклассника — Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего — регби. Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги. Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен. Определите, кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия.

Вариант - 2

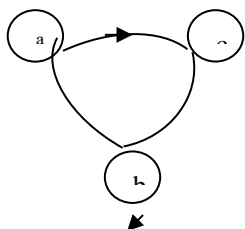
1) Пусть $M = \{2, 3, 4, 5\}$. Составить матрицы отношения $R_1, R_2, R_3 \subseteq M \times M$ и найти $R_1 \circ R_2 \circ R_3$ если:

a. R_1 - "меньше";

b. R_2 - "больше";

c. R_3 - "равно".

2) Какими свойствами обладает отношение, граф которого изображен на рисунке?



3) Соответствие "число x в два раза больше числа y " рассматривается между множествами X и Y . Найти область значения и область определения этого соответствия. Каким будет график, если

a. $X = \{1, 5, 6, 13\}, Y = \{0, 4, 5, 8\}$;

b. $X = [-1, 6], Y = (2, 5]$.

4) В на фотографии изображены 5 мужчин, которых зовут Джон, Рой, Нельсон, Кейс и Питер. Отгадайте кто где стоит, и кого как зовут, если: Мужчина, на котором шляпа, не Джон. Мужчина, который стоит рядом с Роем и Нельсоном, не в очках. Мужчина с фотоаппаратом, не стоит рядом с тем человеком, которого зовут Рой. Мужчина, стоящий рядом с усатым мужчиной – Джон. Одетый в белую футболку не Джон. Мужчина, у которого на шее фотоаппарат, не Кэйс. Мужчина, стоящий рядом с Нельсоном, не в шляпе. Кэйс стоит рядом с Роем и человеком, который стоит рядом с Питером.

Практическая работа №7

Решение задач на определение свойств отношений

1. Определить истинность или ложность высказываний:

$$x: P_1 \geq P_2,$$

$$y: P_2 \leq P_3,$$

$$z: P_1 > P_2 - P_3;$$

2. Для произвольных высказываний (p, g, r) построить таблицу истинности для формул:

$$1) \bar{p} \wedge g \rightarrow p \vee g; \quad 2) p \rightarrow (\overline{g \wedge r}).$$

3. Даны предикаты $P(x)$: “ x – нечетное число” и $Q(x)$: “ x – делится на 10”. Найти область истинности предикатов $P(x) \vee Q(x)$ и $P(x) \rightarrow Q(x)$, если исходные предикаты определены на множестве \mathbb{N} .

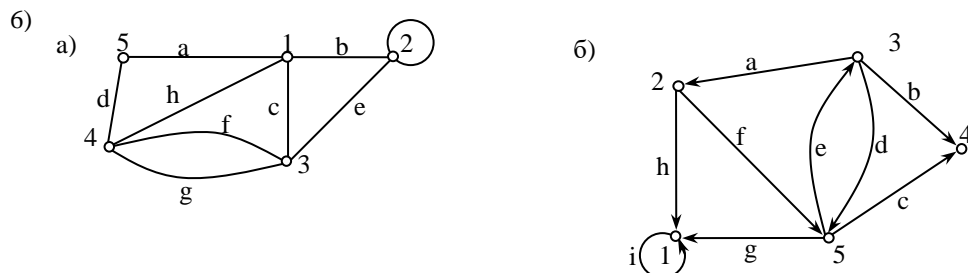
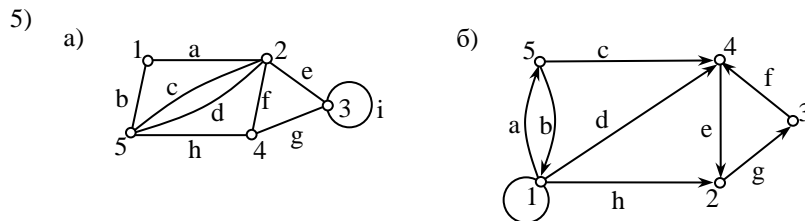
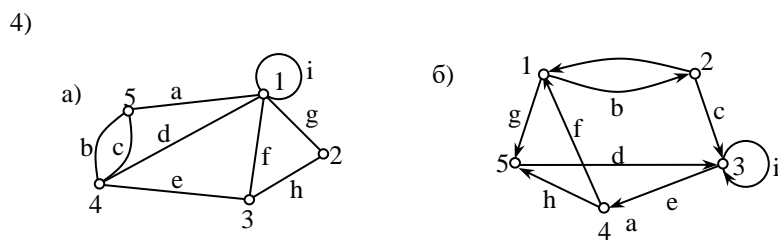
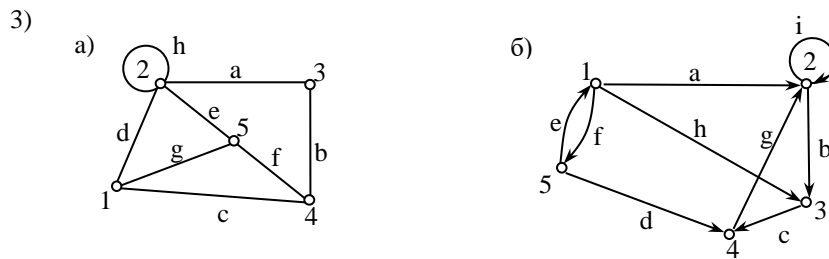
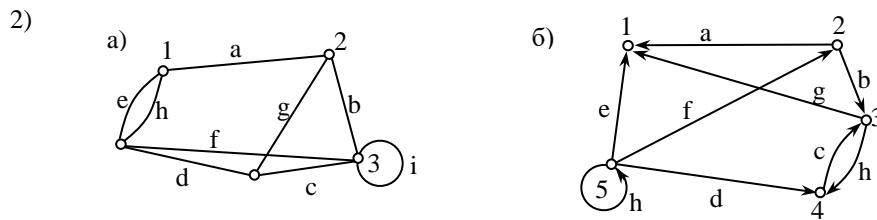
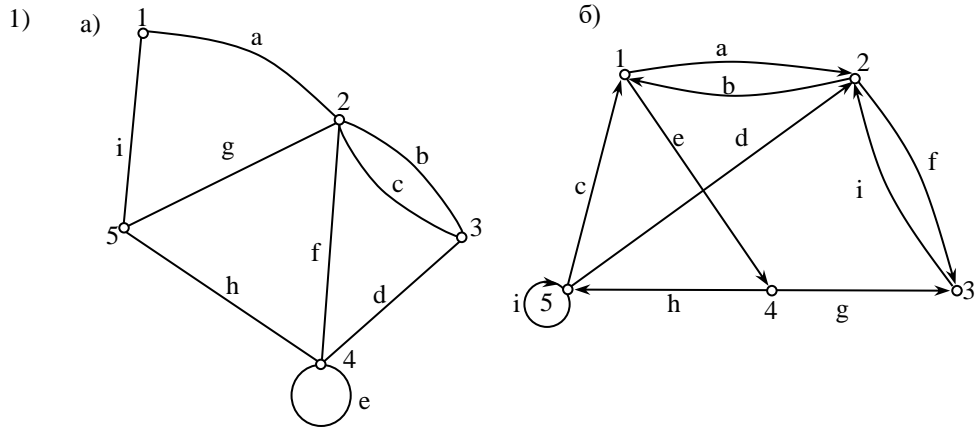
4. Вычислить:

$$a) \frac{P_3!}{(P_3 - 2)!} \cdot \left(\frac{(P_1 + 1)!}{(P_1 - 1)!} - \frac{(2P_2 + 1)!}{(2P_2 - 1)!} \right);$$

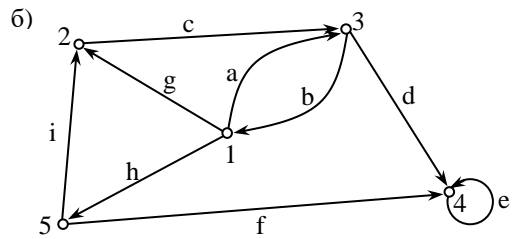
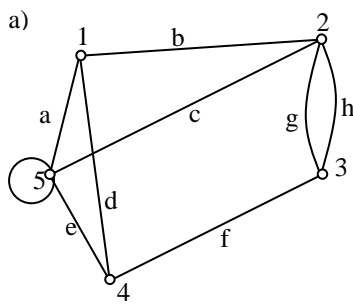
$$b) C_{P_1}^{P_1 - 2} + 2 \cdot C_{P_2}^{P_2 - 3} + 3 \cdot C_{P_3 + 2}^{P_3}.$$

5. На иномарке, скрывшейся с места ДТП, был P_1 – значный номер, в котором имелось три четверки, а остальные цифры не повторялись. Сколько номеров необходимо проверить по картотеке ГИБДД, чтобы найти нарушителя?

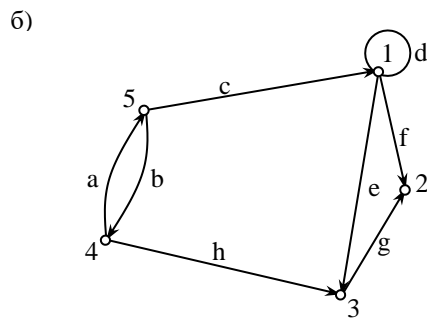
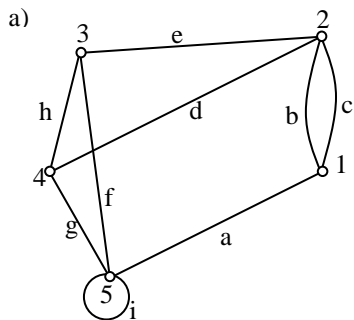
6. Составить матрицы инцидентности, смежности и список ребер для графов



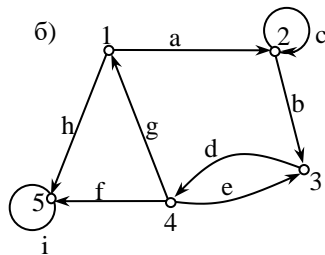
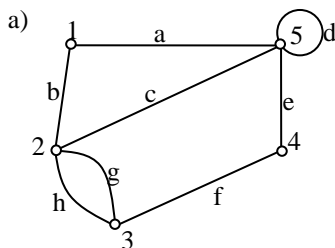
7)



8)



9)



Практическая работа №8

Определение логического значения для высказываний типов

Вариант 1

1. Используя логические операции, запишите высказывание, которое является истинным при выполнении следующих условий:

X, Y, Z равны между собой.

2. Определите значение логического выражения $(X < Z)$ **или** **не** $(Z > Y)$, если:

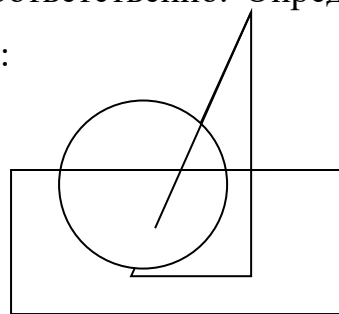
- 1) $X = 5, Y = 2, Z = 1$;
- 2) $X = 0, Y = 4, Z = 8$;
- 3) $X = 3, Y = 3, Z = 3$.

3. Определите значения логических переменных **a**, **b**, если:

- 1) **a и** (1 байт равен 10 бит) – ложное высказывание;
- 2) **b или** (1 байт равен 10 бит) – истинное высказывание.

4. Высказывания A , B , C истинны для точек, принадлежащих кругу, треугольнику или прямоугольнику соответственно. Определите по рисунку истинность следующих высказываний:

- 1) $(A \text{ или } B) \text{ и } B$;
- 2) $(B \text{ или } C) \text{ и не } C$;
- 3) $(A \text{ и } C) \text{ и не } B$;
- 4) $(C \text{ и не } A) \text{ и не } B$;
- 5) $A \text{ или } B \text{ и } B$.



5. Составить таблицу истинности высказывания $A \text{ и } B \text{ или } A \text{ и не } B$

Вариант 2

1. Используя логические операции, запишите высказывание, которое является истинным при выполнении следующих условий:

каждое из чисел X , Y , Z положительно.

2. Определите значение логического выражения $\text{не } (X=Z) \text{ и } (Z>Y)$, если:

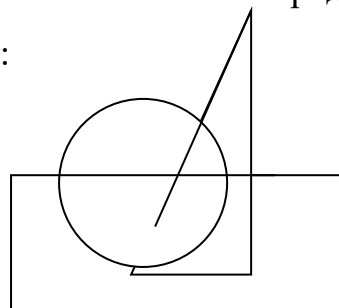
- 1) $X = 5, Y = 2, Z = 1$;
- 2) $X = 0, Y = 4, Z = 8$;
- 3) $X = 3, Y = 3, Z = 3$.

3. Определите значения логических переменных a , b , если:

- 1) $a \text{ и } b$ (хлеб дешевле масла) – истинное высказывание;
- 2) $b \text{ или } b$ (хлеб дешевле масла) – истинное высказывание.

4. Высказывания A , B , C истинны для точек, принадлежащих кругу, треугольнику или прямоугольнику соответственно. Определите по рисунку истинность следующих высказываний:

- 1) $(A \text{ или } B) \text{ и не } C$;
- 2) $A \text{ и не } (C \text{ или } B)$;
- 3) $(C \text{ и } B) \text{ и не } A$;
- 4) $C \text{ и не } (\text{не } B \text{ и } A)$;
- 5) $C \text{ и не } (A \text{ или } B)$.



5. Составить таблицу истинности высказывания $\text{не } A \text{ и } (B \text{ или не } A)$

Вариант 3

1. Используя логические операции, запишите высказывание, которое является истинным при выполнении следующих условий:

Z является меньшим из трех чисел X, Y, Z.

2. Определите значение логического выражения не (X<Z) и не (Z=Y), если:

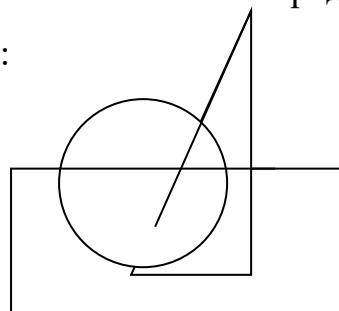
- 1) X = 5, Y = 2, Z = 1;
- 2) X = 0, Y = 4, Z = 8;
- 3) X = 3, Y = 3, Z = 3.

3. Определите значения логических переменных **a**, **b**, если:

- 1) **a** или (в январе 30 дней) – ложное высказывание;
- 2) **b** и (в январе 30 дней) – ложное высказывание.

4. Высказывания A, B, C истинны для точек, принадлежащих кругу, треугольнику или прямоугольнику соответственно. Определите по рисунку истинность следующих высказываний:

- 1) C и не (A или B);
- 2) C и не (не B и A);
- 3) (A или B) и не C;
- 4) A и не (C или B);
- 5) (A или B) и не A.



5. Составить таблицу истинности высказывания A и (B или A) или не B

Вариант 4

1. Используя логические операции, запишите высказывание, которое является истинным при выполнении следующих условий:

каждое из чисел X, Y, Z не равно нулю.

2. Определите значение логического выражения (X=Y) или не (Z=Y), если:

- 1) X = 5, Y = 2, Z = 1;
- 2) X = 0, Y = 4, Z = 8;
- 3) X = 3, Y = 3, Z = 3.

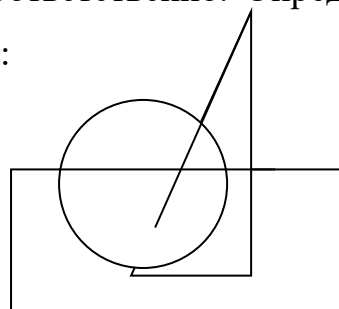
3. Определите значения логических переменных **a**, **b**, если:

- 1) **a** или (март – весенний месяц) – истинное высказывание;

2) **в и** (март – весенний месяц) – ложное высказывание.

4. Высказывания А, В, С истинны для точек, принадлежащих кругу, треугольнику или прямоугольнику соответственно. Определите по рисунку истинность следующих высказываний:

- 1) (А **и** В) **или** В;
- 2) (В **и** С) **и не** А;
- 3) (В **или** С) **и не** С;
- 4) А **и не** (С **и** В);
- 5) (А **или** С) **и не** А.



5. Составить таблицу истинности высказывания **не А или А и не В**

Практическая работа №9

Построение отрицаний к предикатам

Вариант – 1

1) Пусть x определен на множестве людей M , а $P(x)$ – предикат « x – смертен». Дать словесную формулировку предикатной формулы $\forall x P(x)$.

2) Даны высказывания:

$A =$ Идёт дождь.

$B =$ Прогулка отменяется.

$C =$ Я вымок.

$D =$ Я останусь дома.

А) Запишите следующее сложное высказывание на языке алгебры логики:

$E =$ Я не вымокну, если на улице нет дождя или если прогулка отменяется и я останусь дома.

Б) Переведите следующее сложное высказывание на русский язык: $A \& (\bar{B} \vee \bar{D}) \Rightarrow C$

3) Определите, какие из следующих высказываний являются тождественно истинными:

А) $A \& B \Rightarrow C$;

Б) $\bar{A} \Rightarrow A \vee B$;

$$B) C \Rightarrow (B \Rightarrow A \& \bar{B}).$$

4) Упростите выражение:

$$P \& (P \vee R) \& (Q \vee \bar{R}).$$

5) Докажите справедливость следующих тождеств (любым способом):

$$A) A \& (A \vee B) = A;$$

$$B) X \vee (Y \& Z) = (X \vee Y) \& (X \vee Z).$$

Вариант – 2

1) Пусть $P(x)$ – предикат « x – четное число», определенный на множестве M . Дать словесную формулировку высказыванию $\exists x P(x)$, определить его истинность.

2) Даны высказывания:

$A =$ Идёт дождь.

$B =$ Прогулка отменяется.

$C =$ Я вымок.

$D =$ Я останусь дома.

A) Запишите следующее сложное высказывание на языке алгебры логики:

$E =$ Если идёт дождь, но я останусь дома, то я не вымокну.

B) Переведите следующее сложное высказывание на русский язык: $(B \vee \bar{B}) \& A \Leftrightarrow D$.

3) Определите, какие из следующих высказываний являются тождественно истинными:

$$A) \underline{A \& \bar{B}} \Rightarrow B;$$

$$B) B \vee \bar{B};$$

$$B) (\bar{A} \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow \bar{C}).$$

4) Упростите выражение:

$$P \& Q \& R \vee P \& Q \& \bar{R} \vee P \& Q.$$

5) Докажите справедливость следующих тождеств (любым способом):

$$A) X \vee (X \& Y) = X;$$

$$B) A \& B \vee A \& \bar{B} = A.$$

Практическая работа №10

Применение умозаключений при решении математических задач

Вариант – 1

Доказать равенства для всех натуральных n

$$1) \quad 1^2+3^2+5^2+\dots+(2n-1)^2=\frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

$$2) \quad \frac{3}{1*2*4*5} + \frac{4}{2*3*5*6} + \dots + \frac{n+2}{n(n+1)(n+3)(n+4)} = \frac{n(n+5)}{8(n+1)(n+4)}$$

$$3) \quad \frac{1}{1*3} + \frac{1}{3*5} + \frac{1}{5*7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

$$4) \quad \frac{1}{2*5} + \frac{1}{5*8} + \frac{1}{8*11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$$

$$5) \quad \frac{1}{1*4} + \frac{1}{4*7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

$$6) \quad \frac{1^2}{1*3} + \frac{2^2}{3*5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

Вариант – 2

Доказать равенства для всех натуральных n

$$1) \quad \frac{1}{1*3} + \frac{7}{3*5} + \frac{17}{5*7} + \dots + \frac{2n^2-1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n^2}{2n+1}$$

$$2) \quad \frac{1*7}{3*5} + \frac{3*9}{5*7} + \frac{5*11}{7*9} + \dots + \frac{(2n-1)(2n+5)}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n(6n+1)}{3(2n+3)}$$

$$3) \quad \frac{1}{1*2} + \frac{1}{2*3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$4) \quad 1^3+2^3+\dots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$5) \quad 1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+\dots+n\cdot(n+1)\cdot(n+2)=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$6) \quad \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\dots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$$

4. Информационное обеспечение обучения

Печатные издания

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Дискретная математика 2015 ОИЦ «Академия».
2. Спирина М.С., Спирин П.А. Дискретная математика. Сборник задач с алгоритмами решений 2016 ОИЦ «Академия».
3. Канцедал, С.А. Дискретная математика – М.: ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2013.

Дополнительные источники

1. Клини С. Математическая логика. – М.: Издательство ЛКИ, 2008.
2. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. – М.: Издательский центр “Академия”, 2007.
3. Шапорев С.Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
4. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Введение в математическую логику. – М.: , 1982.
5. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. – М.: , 1975.
6. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
7. Лихтарников Л.М. Сукачёва Т.Г. Математическая логика. – СПб.: Лань, 1999.
8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1976.

Электронные издания (электронные ресурсы)

1. Дискретная математика: электронный учебник. Форма доступа: http://lvf2004.com/dop_t3.html
2. Русская логика: электронные книги, статьи. Форма доступа: <http://logicrus.ru>
3. Российская государственная библиотека. Форма доступа: <http://www.rsl.ru>
4. Дискретная математика: каталог электронных книг. Форма доступа: http://www.ph4s.ru/book_pc_diskretka.html