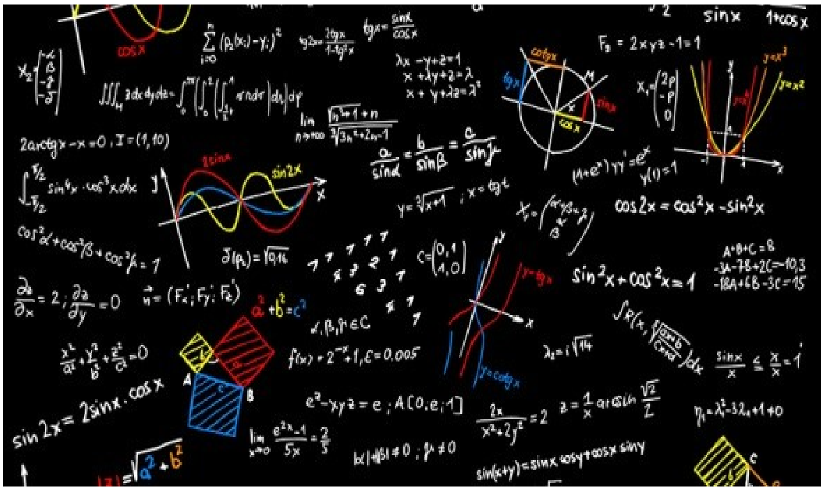
Департамент внутренней и кадровой политики Белгородской области
Областное государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«Белгородский индустриальный колледж»

Методическая разработка внеклассного мероприятия

Научно-практическая конференция по математике «Дифференциальное исчисление и его связь с различными областями науки»



Разработчики:
преподаватель спец. дисциплин
Глухова Л.А.
преподаватели математики
Сапожникова Г.В., Шатило В.А.

г. Белгород 2018

Цель мероприятия: способствовать проявлению индивидуальных, интеллектуальных способностей обучающихся и активизации их познавательной и творческой деятельности при изучении дифференциального исчисления.

Задачи мероприятия:

1. **Обучающая (дидактическая) задача:** расширить и углубить знания по теме «Дифференцирование функции одной действительной переменной», овладеть навыками по анализу, синтезу и структурированию информации.

2. **Развивающая задача:** развивать интуицию, эрудицию, расширить кругозор учащихся, интерес к математике, развивать математическую компетентность

3. **Воспитательная задача:** воспитывать культуру общения, культуру математического мышления.

Целевая аудитория: студенты группы 21ПКС

Обучающиеся выступающие с докладами:

Краснопольский Максим
Катков Илья
Вовк Анастасия
Соколов Дмитрий

Участники на протяжении трёх месяцев, занимались исследовательской работой по изучению различных сфер применения дифференциального исчисления, и 29 ноября 2018 года в рамках научно-практической конференции «Дифференциальное исчисление и его связь с различными областями науки» представили результаты своей работы. Участники, и присутствующие, узнали для себя много нового, полезного и интересного.

Свои исследовательские проекты представляли:

Краснопольский Максим – ***доклад по теме «Основоположники дифференциального исчисления»***

Дифференциальное исчисление, раздел математики, в котором изучаются производные и дифференциалы функций и их применения к исследованию функций. Оформление дифференциального исчисления в самостоятельную математическую дисциплину связано с именами И. Ньютона и Г. Лейбница (вторая половина 17 в.). Они сформулировали основные положения дифференциального исчисления и чётко указали на взаимно обратный характер операций дифференцирования и интегрирования.

<u>Катков Илья</u> – доклад по теме « Производная в естествознании»

Производная – одно из фундаментальных понятий математики. Умение решать задачи с применением производной требует хорошего знания теоретического материала, умения проводить исследование различных ситуаций. Открытие производной дало возможность более полно и точно изучать многообразные явления окружающего мира - мира движущейся, изменяющейся материи. Применение производной в химии, географии, биологии, позволило вывести эти науки на другой с точки зрения математики уровень…

<u>Вовк Анастасия</u> *доклад по теме* – «Применение производной в индустрии»

Дифференциальное исчисление - широко применяемый для экономического анализа математический аппарат. Базовой задачей экономического анализа является изучение связей экономических величин, записанных в виде функций. В каком направлении изменится доход государства при увеличении налогов или при введении импортных пошлин? Увеличится или уменьшится выручка фирмы при повышении цены на ее продукцию? В какой пропорции дополнительное оборудование может заменить выбывающих работников? Для решения подобных задач должны быть построены функции связи входящих в них переменных, которые затем изучаются с помощью методов дифференциального исчисления. В экономике очень часто требуется найти наилучшее или оптимальное значение показателя: наивысшую производительность труда, максимальную прибыль, максимальный выпуск, минимальные издержки и т. д. Каждый показатель представляет собой функцию от одного или нескольких аргументов. Таким образом, нахождение оптимального значения показателя сводится к нахождению экстремума функции…

<u>Соколов Дмитрий</u> - *«Решение задач, связанных с геометрическим смыслом производной в ЕГЭ»*

В демонстрационных вариантах ЕГЭ 2018 года задачи на производную встречаются под номером 14 для базового уровня и под номером 7 для профильного уровня. В презентации рассмотрены основные задачи из базового и профильного уровня на геометрический смыл производной.

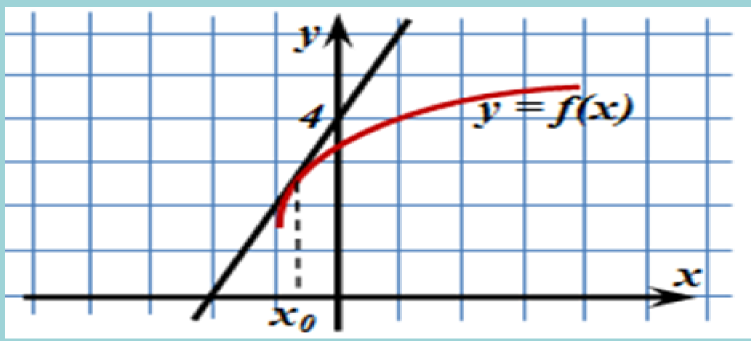
Решение задач на закрепление изученных понятий, необходимо проверить истинность утверждений. Если утверждение истинно поднимаем зеленую карточку, если ложно поднимаем белую карточку.

1)

2)

3)

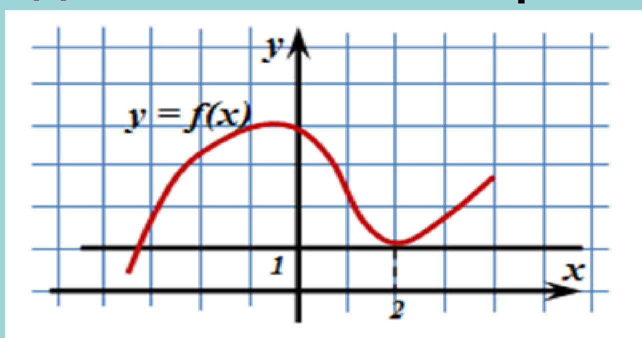
На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой **x₀**. Значение производной в точке x₀, равно 2



Верно!

4)

На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой **x₀**. Значение производной в точке x₀, равно 2

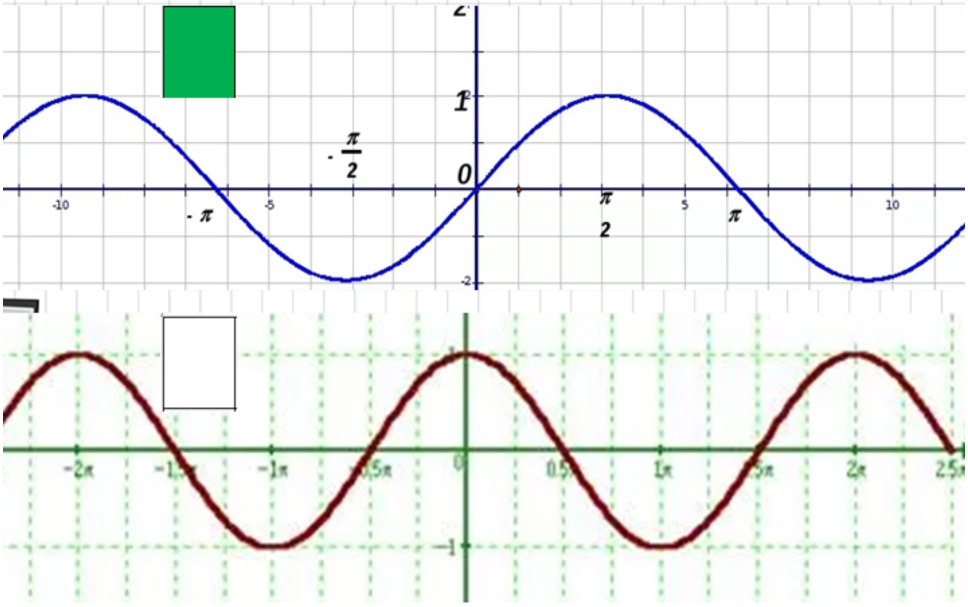


Не верно!

$f'(x_0) = 0$

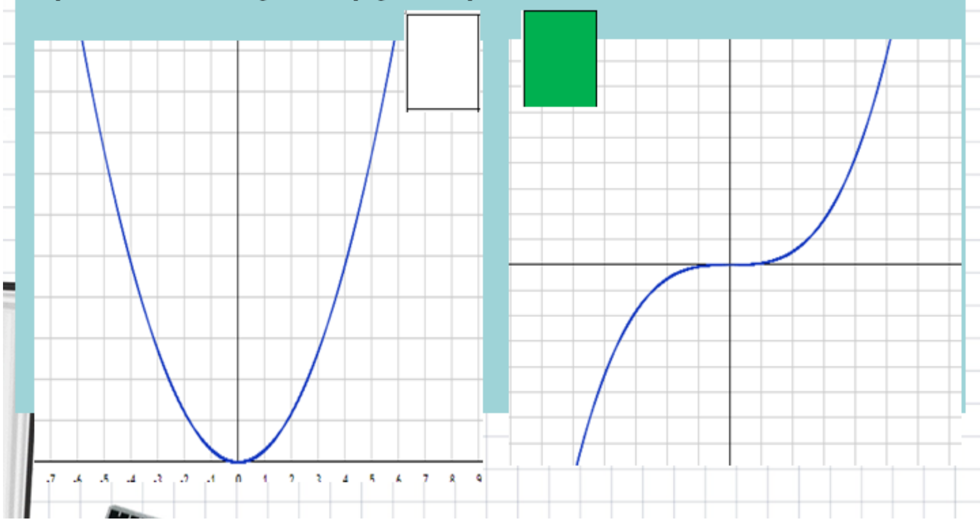
5)

На рисунках изображены графики производной и певообразной функции. Какой из графиков определяет производную функции.

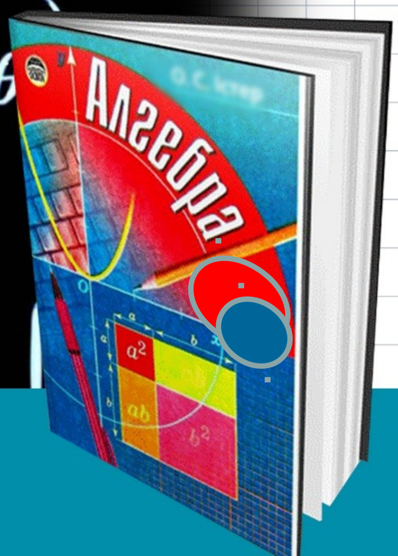


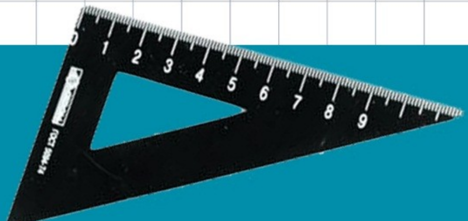
6)

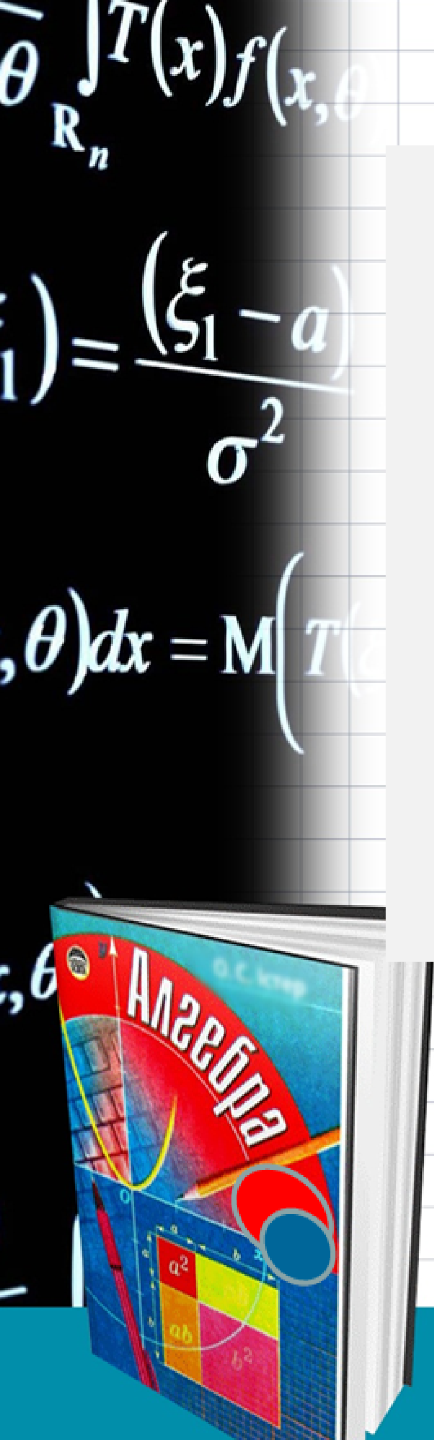
На рисунках изображены графики производной и первообразной функции. Какой из графиков определяет производную функции.



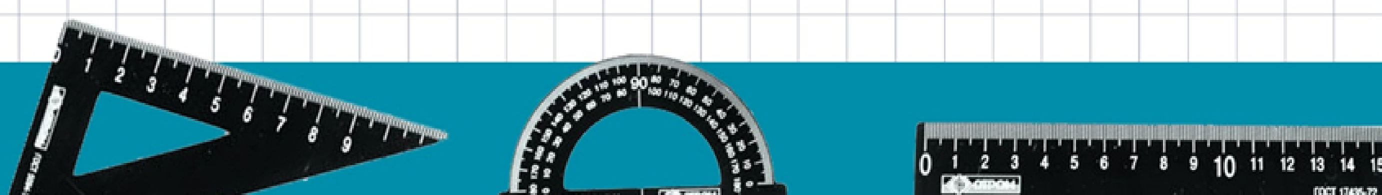
Научно практическая конференция по математике «Дифференциальное исчисление и его связь с различными отраслями науки»



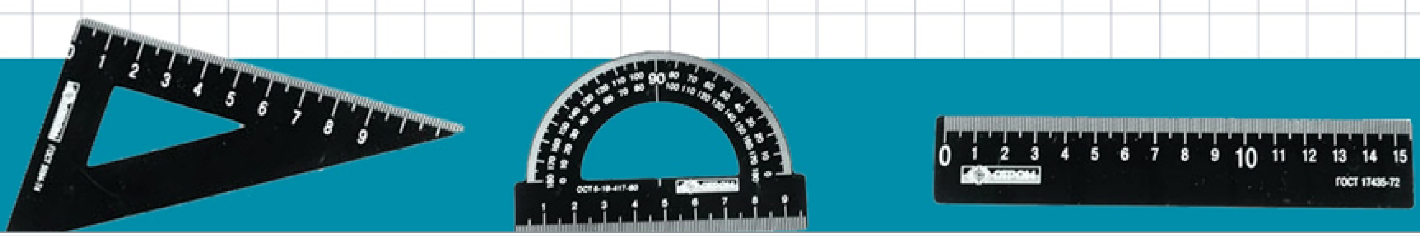




Тема «Производная» - это одна из важнейших тем курса математического анализа, так как это понятие является основным в дифференциальном исчислении и служит исходной базой при построении интегрального исчисления.

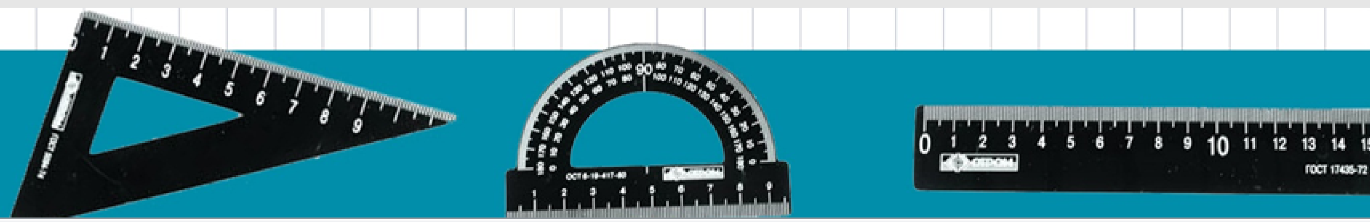


Дифференциальное исчисление- это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники.



Термин «производная» – ввел Лагранж в 1797 году. А само понятие, задолго до Лагранжа, независимо друг от друга, ввели и активно использовали, заложив фундамент нового исчисления, Лейбниц и Ньютон.

Раздел математики, который изучает производные функции и их применения, называется дифференциальным исчислением.



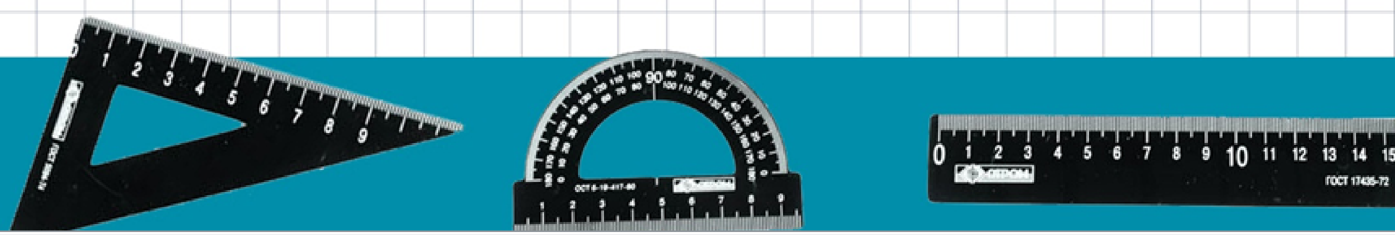
План выступлений

Основоположники дифференциального исчисления
Краснопольский Максим

Применение производной в химии и биологии
Катков Илья

Применение производной в индустрии
Вовк Анастасия

Решение задач, связанных с геометрическим смыслом производной
Соколов Дмитрий



Производная функции

$$y = 8 - 5x^4 - \frac{7}{6}x^6$$

$$y' = 8x - 20x^5 + 7x^7$$

Не верно!

$$y' = -20x^3 - 7x^5;$$

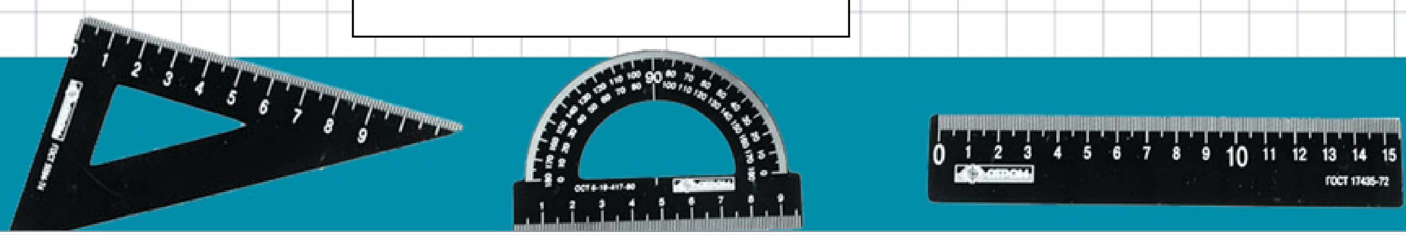
Производная функции

$$y = \cos x - x^2$$ в точке $$x_0 = \frac{\pi}{2}$$

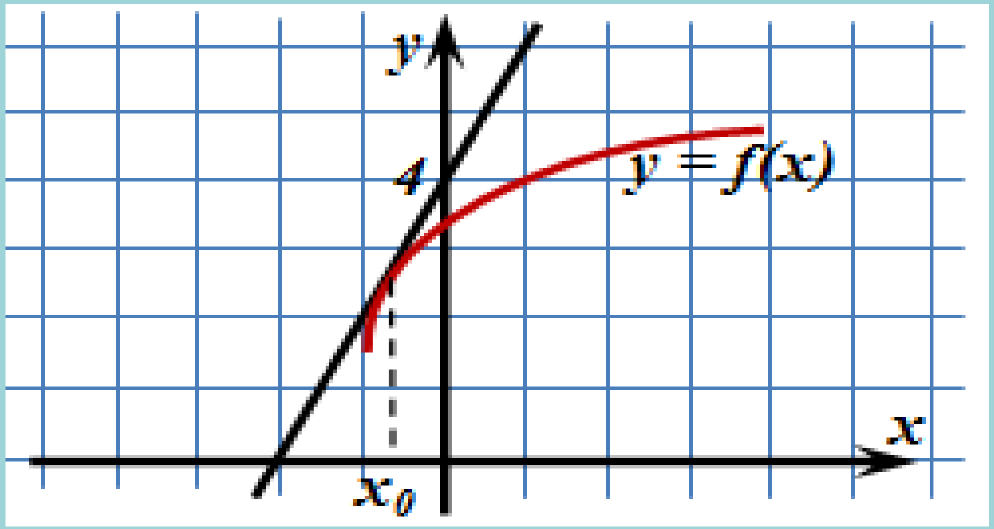
- $$y' = 1 - \pi$$

Не верно!

$$y' = -1 - \pi$$

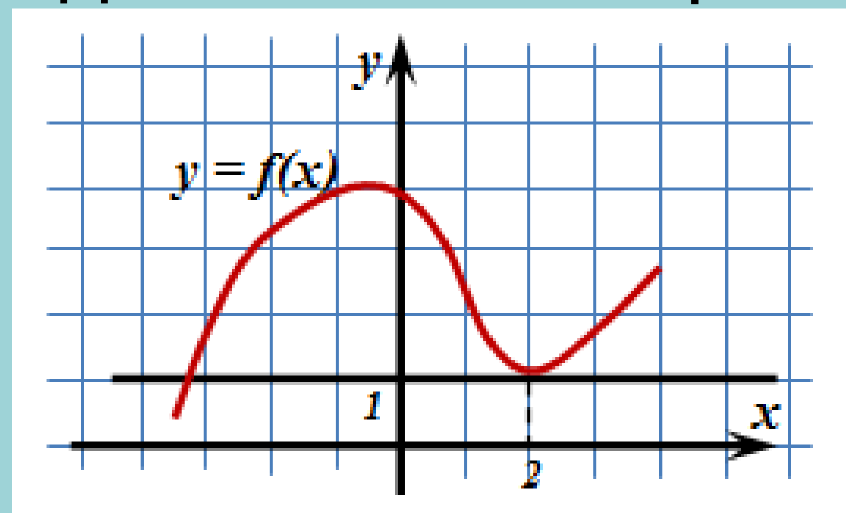


На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой **x₀.** Значение производной в точке x_0, равно 2



Верно!

На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой **x_0.** Значение производной в точке x_0, равно 2



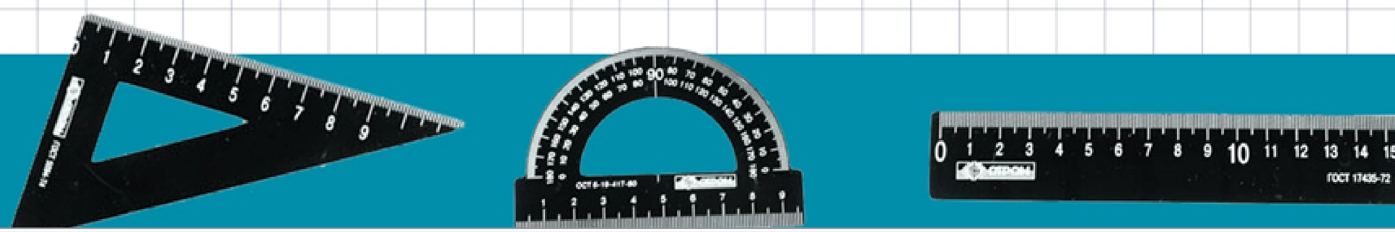
Не верно!

$f'(x_0) = 0$

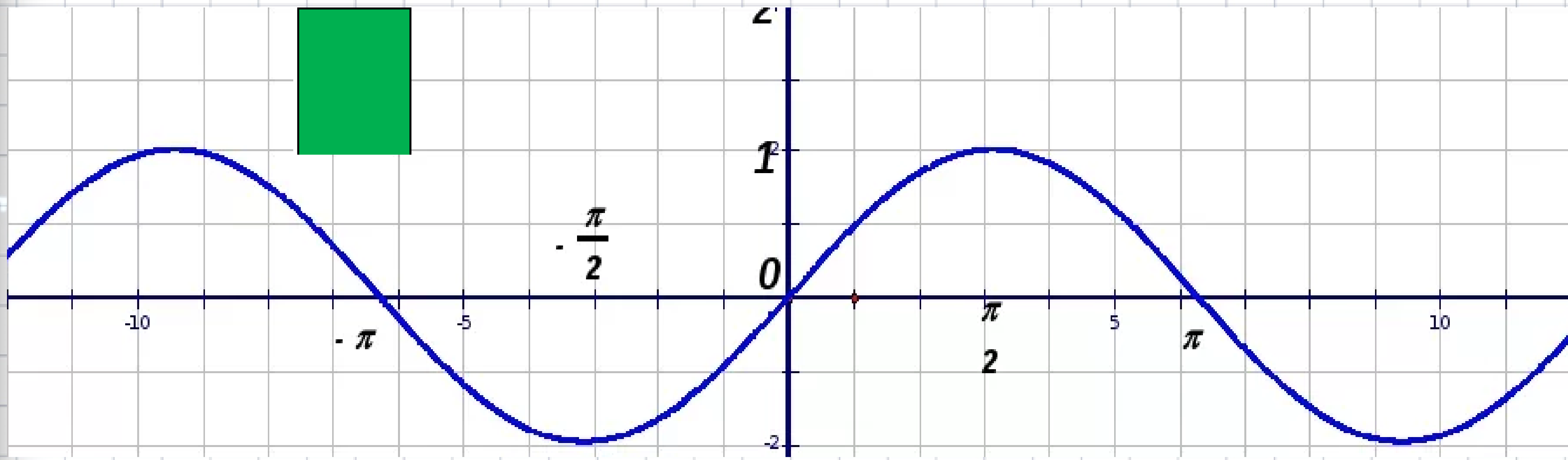
Уравнение касательной к графику функции y=f(x) в точке x_0, определяется следующим уравнением:

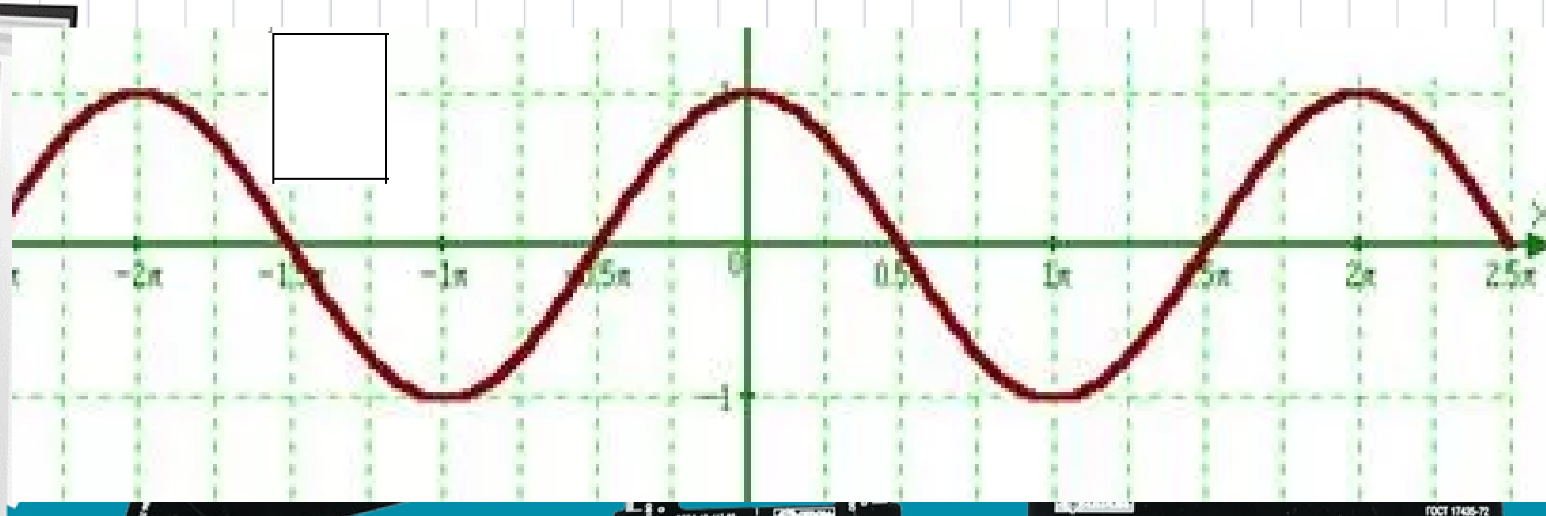
$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Верно!

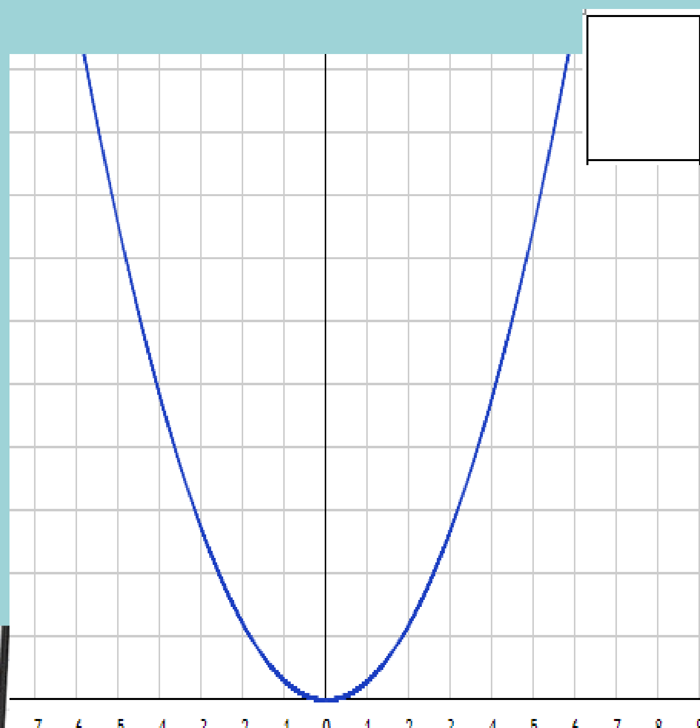


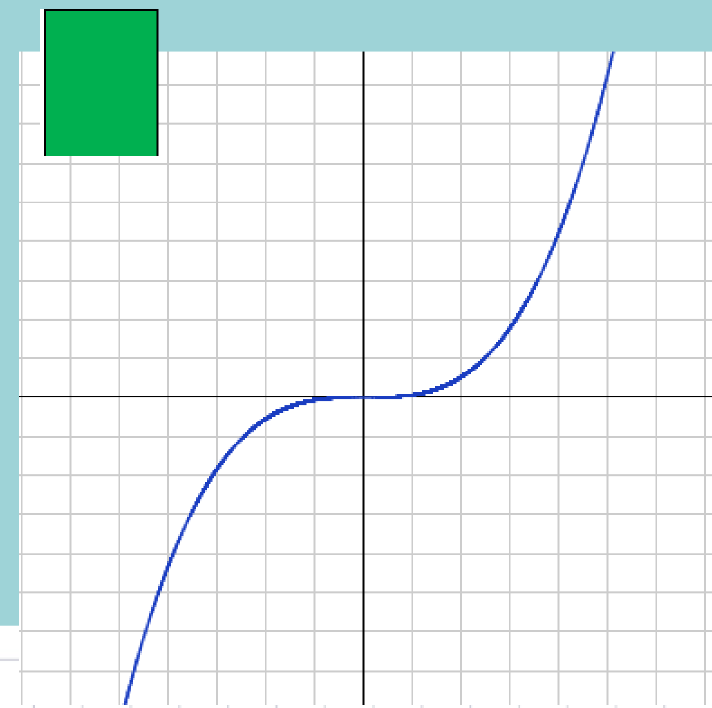
На рисунках изображены графики производной и певообразной функции. Какой из графиков определяет производную функции.





На рисунках изображены графики производной и первообразной функции. Какой из графиков определяет производную функции.





«…нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира…»

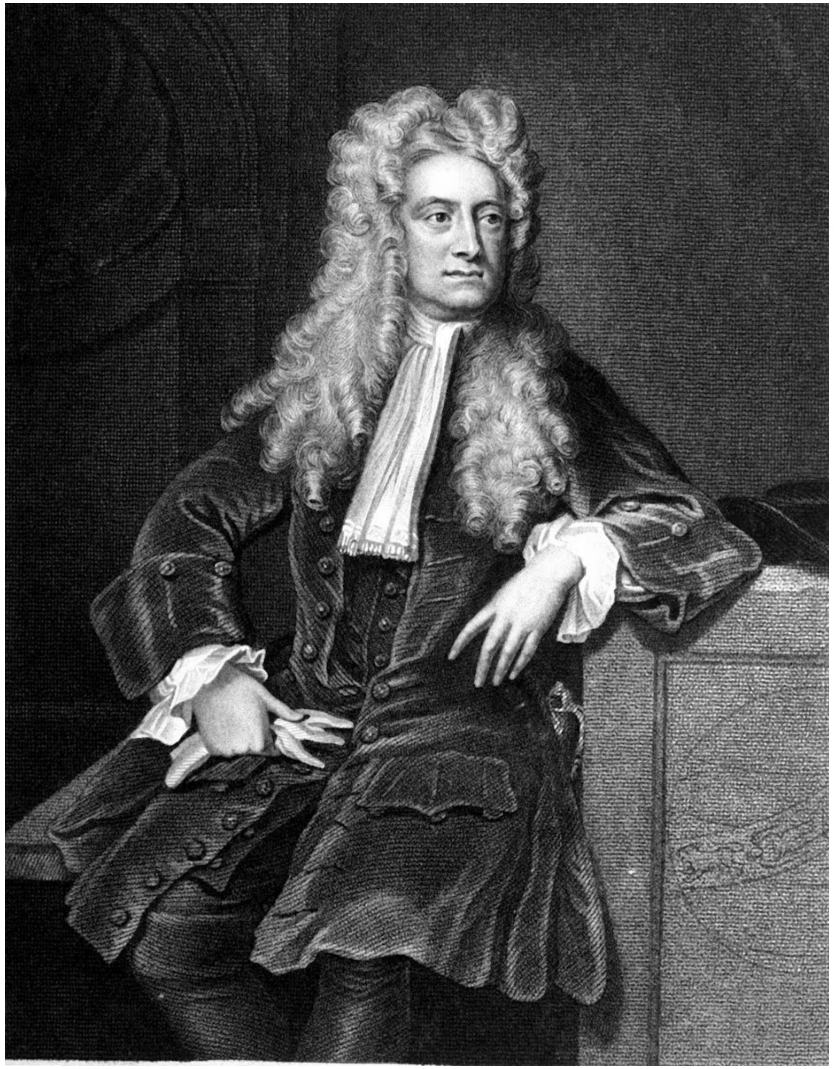
Н.И. Лобачевский

Основоположники дифференциального исчисления

Краснопольский Максим 21ПКС

Исаак Ньютон

Исаак Ньютон (4 января 1642 г. - 31 марта 1727 г.) - Английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики.

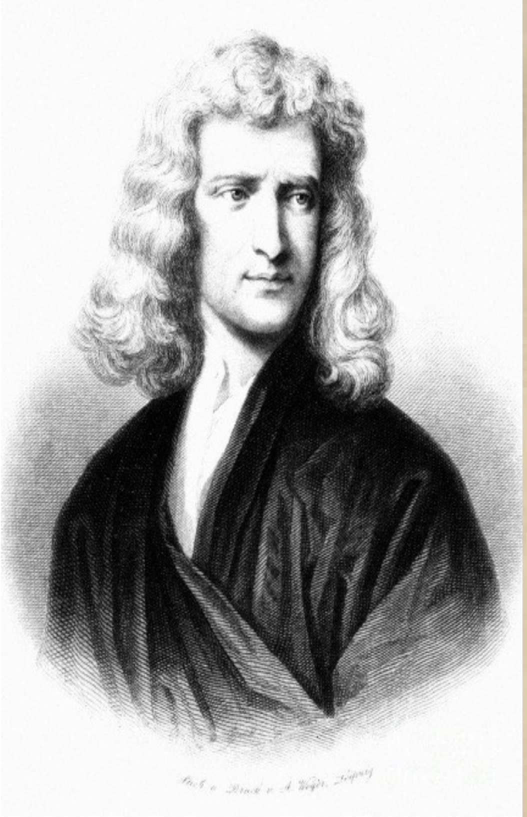


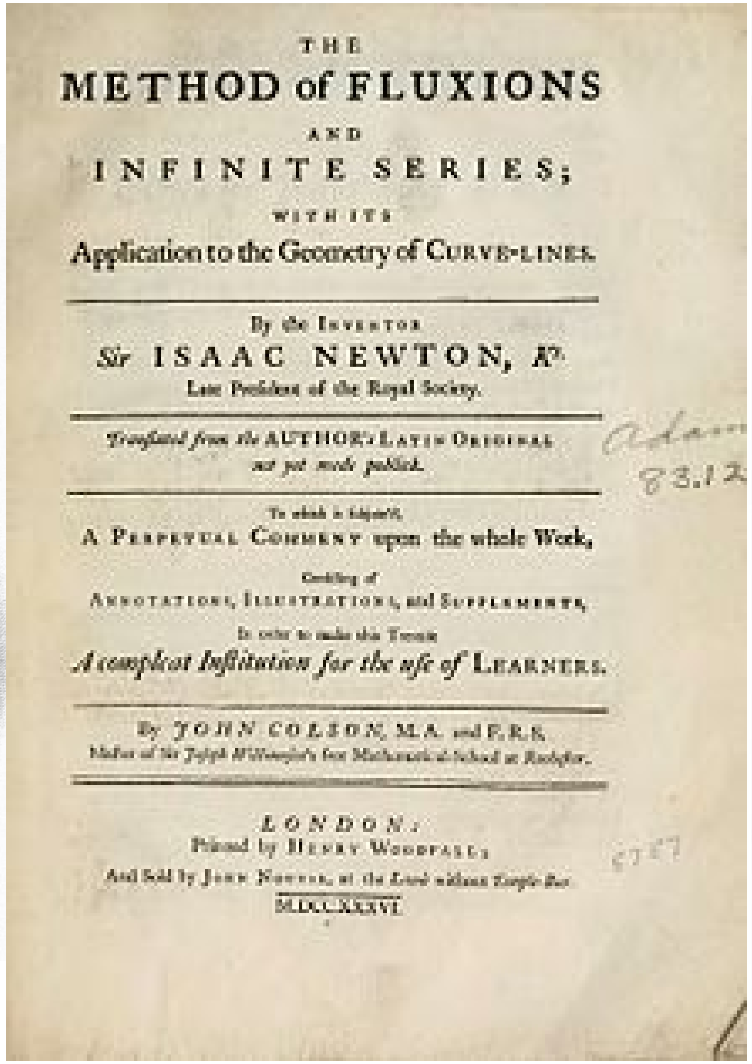
Ньютон говорил: «В математических вопросах нельзя пренебрегать даже с самыми малыми ошибками.»

Исаак Ньютон

Ньютон разработал дифференциальное исчисление одновременно с Г. Лейбницем (немного раньше).

Дифференциальное исчисление у Ньютона называется исчислением флюксий.




THE

METHOD of FLUXIONS

AND

INFINITE SERIES;

WITH ITS

Application to the Geometry of CURVE-LINES.

By the INVENTOR

Sir ISAAC NEWTON, Kt.

Late President of the Royal Society.

Translated from the AUTHOR's LATIN ORIGINAL not yet made publick.

To which is subjoin'd,

A PERPETUAL COMMENT upon the whole Work,

Consisting of

ANNOTATIONS, ILLUSTRATIONS, and SUPPLEMENTS,

In order to make this Treatise

A compleat Institution for the use of LEARNERS.

By JOHN COLSON, M.A. and F.R.S.

Master of Sir Joseph Williamson's free Mathematical-School at Rochester.

LONDON:

Printed by HENRY WOODFALL;

And Sold by JOHN NOURSE, at the Lamb without Temple-Bar.

M.DCC.XXXVI.

Готфрид Лейбниц

Готфрид Лейбниц (1 июля 1646 г. - 14 ноября 1716 г.) - Саксонский философ, логик, математик, механик, физик, юрист, историк, дипломат, изобретатель и языковед.

Готфрид Лейбниц

- В 1675 г. создал дифференциальное исчисление и издал главные результаты своего открытия.
- В 1684 г. Опубликовал первую в мире работу по дифференциальному исчислению.

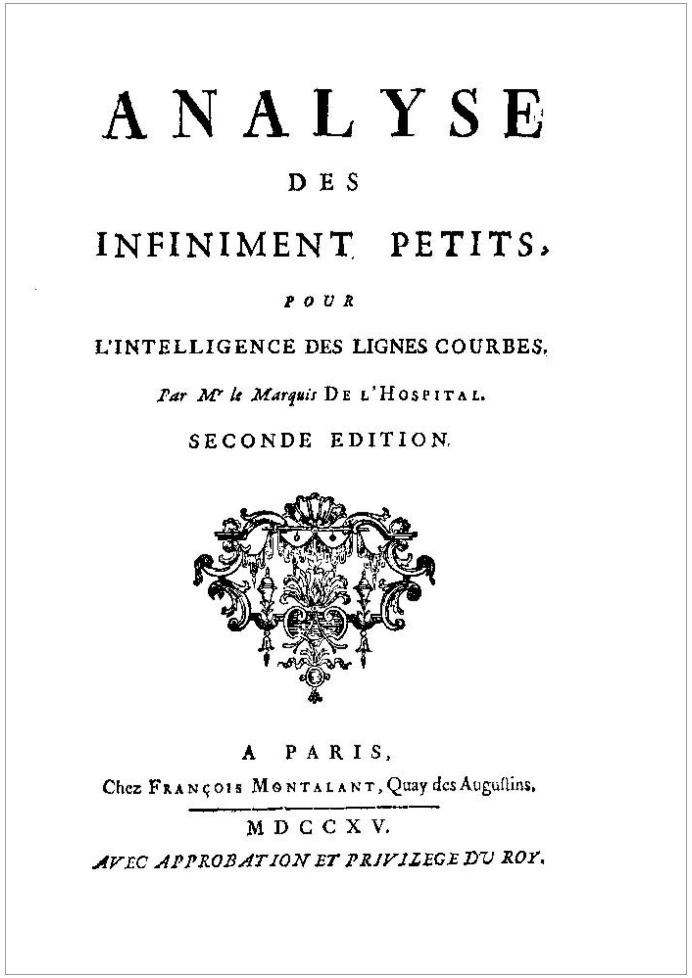
Гийом Франсуа Лопиталь

Гийом Франсуа Лопиталь (1661 г. - 2 февраля 1704 г.) - Французский математик, автор первого учебника по математическому анализу.

Гийом Франсуа Лопиталь

Главная заслуга Лопиталя заключается в первом систематическом изложении математического анализа, данное им в сочинении **«Анализ бесконечно малых».**

$$\lim_{x\to k}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to k}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$



ANALYSE

DES

INFINIMENT PETITS,

POUR

L'INTELLIGENCE DES LIGNES COURBES.

Par Mʳ le Marquis DE L'HOSPITAL.

SECONDE EDITION.

A PARIS,

Chez FRANÇOIS MONTALANT, Quay des Auguſtins.

M DCCXV.

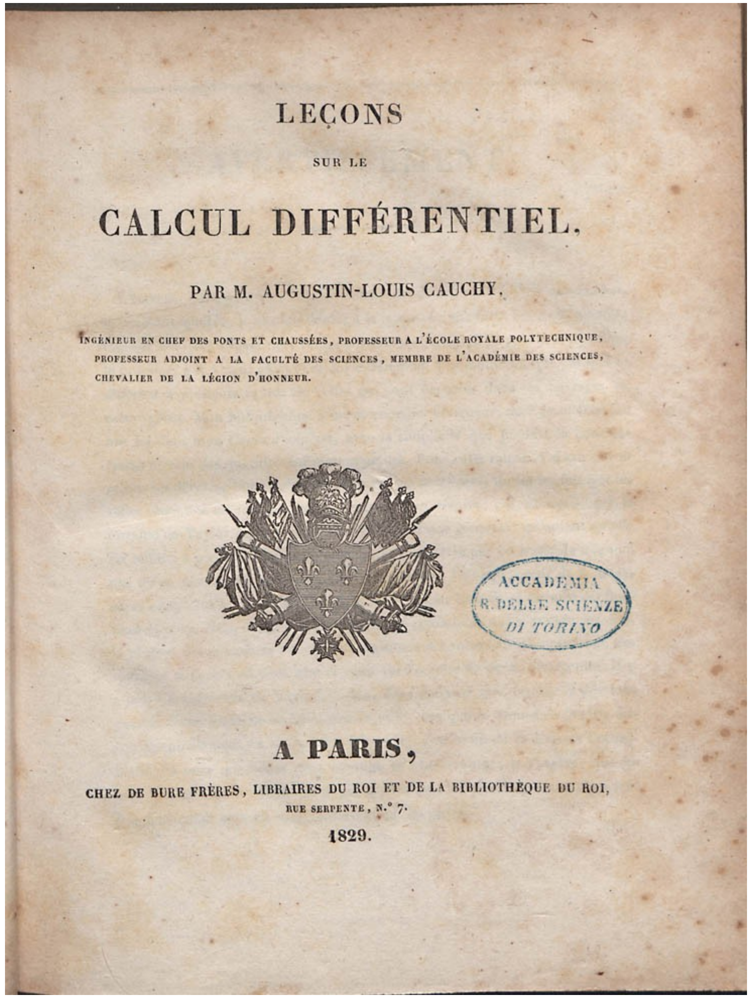
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

Огюстен Луи Коши

Огюстен Луи Коши (21 августа 1789 г. - 23 мая 1857 г.) - Французский математик и механик, член Парижской академии наук, Лондонского королевского общества, Петербургской академии наук и других академий.

Огюстен Луи Коши

Коши впервые дал строгое определение основным понятиям математического анализа — пределу, непрерывности, производной, дифференциалу, интегралу, сходимости ряда и т. д.


LEÇONS

SUR LE

CALCUL DIFFÉRENTIEL,

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY,

INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES, PROFESSEUR A L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR ADJOINT A LA FACULTÉ DES SCIENCES, MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR.

ACCADEMIA R. DELLE SCIENZE DI TORINO

A PARIS,

CHEZ DE BURE FRÈRES, LIBRAIRES DU ROI ET DE LA BIBLIOTHÈQUE DU ROI, RUE SERPENTE, N.° 7.

1829.

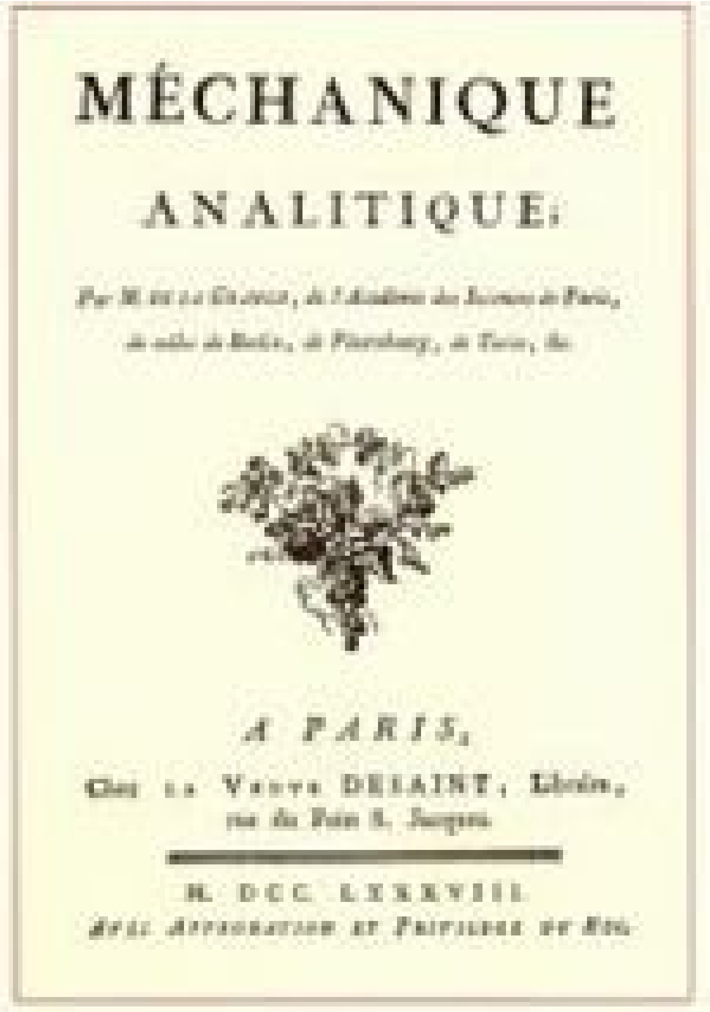
Жозеф Луи Лагранж

Жозеф Луи Лагранж (25 января 1736г. – 10 апреля 1813г.) - французский математик, астроном и механик итальянского происхождения.

Жозеф Луи Лагранж

Он выполнил важные работы по алгебре - решению дифференциальных уравнений, доказал много теорем, вывел несколько формул.

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$


MÉCHANIQUE

ANALITIQUE.

A PARIS,

M. DCC. LXXXVIII.

Иоганн Бернулли

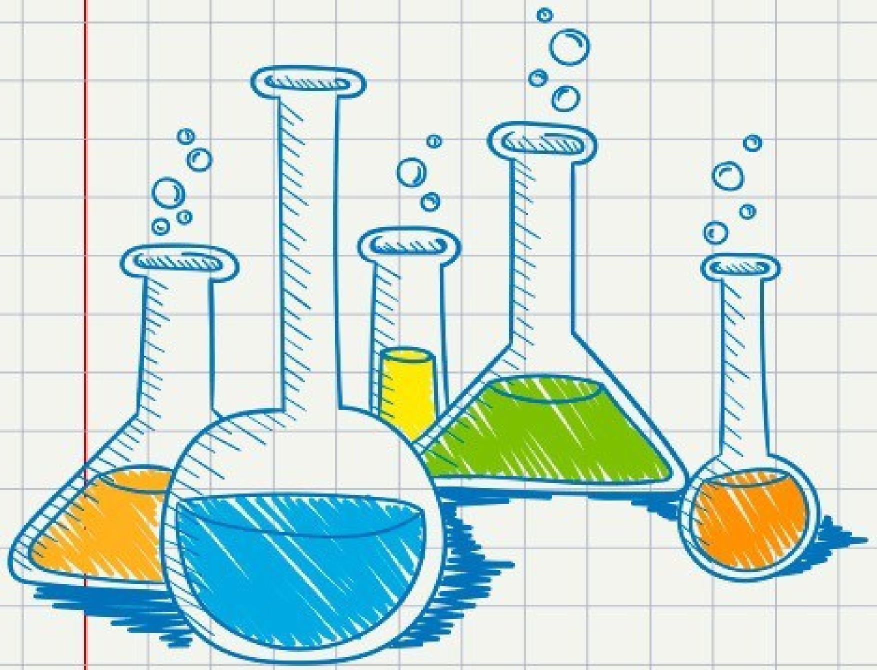
Иоганн Бернулли (6 августа 1667г.–1 января 1748 г.) - Швейцарский математик, механик, врач и филолог-классицист, самый знаменитый представитель семейства Бернулли

Иоганн Бернулли

Один из первых разработчиков математического анализа, после смерти Ньютона — лидер европейских математиков.

Спасибо за внимание

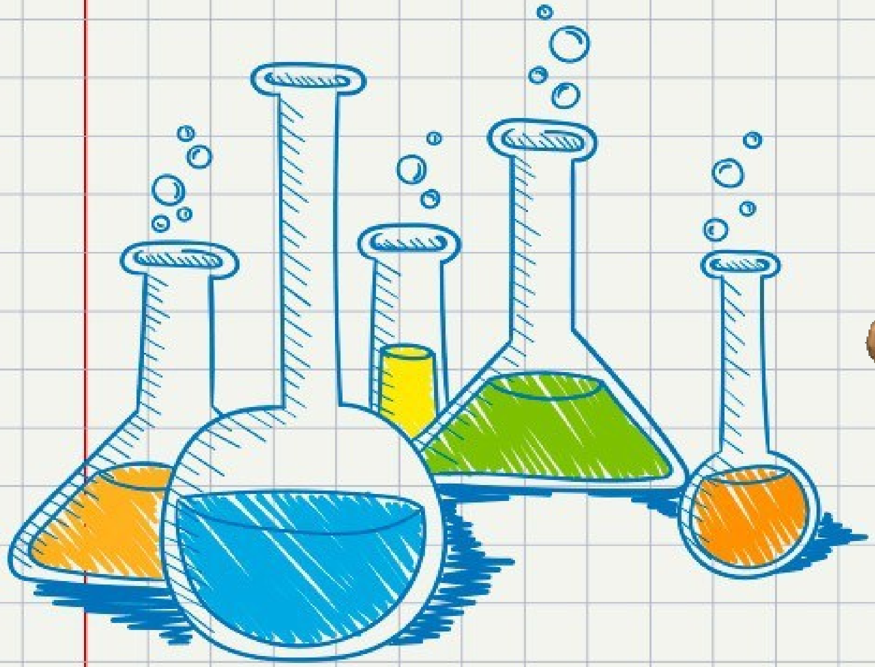
Производная в химии и биологии



Катков Илья 21ПКС

Химия

Химия - это наука о веществах, о химических превращениях веществ.

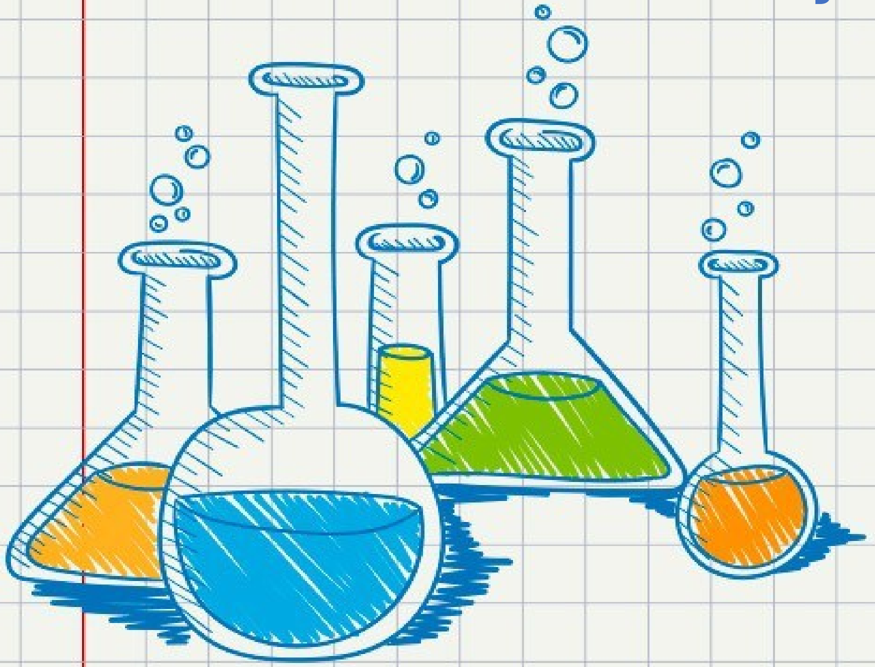


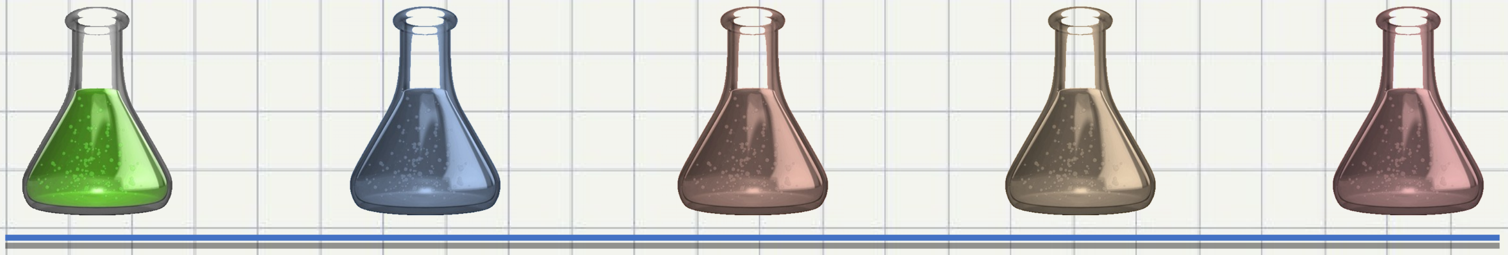
Химия изучает закономерности протекания различных реакций.

Химический смысл производной

Химическим смыслом производной является скорость химической реакции.

Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени.





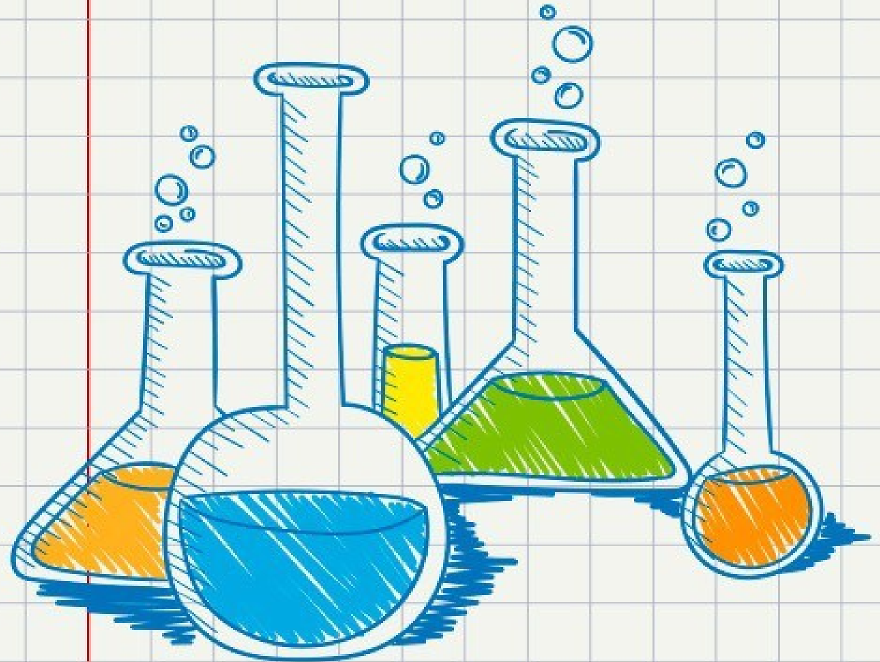
Единица измерения скорости в химии – моль.

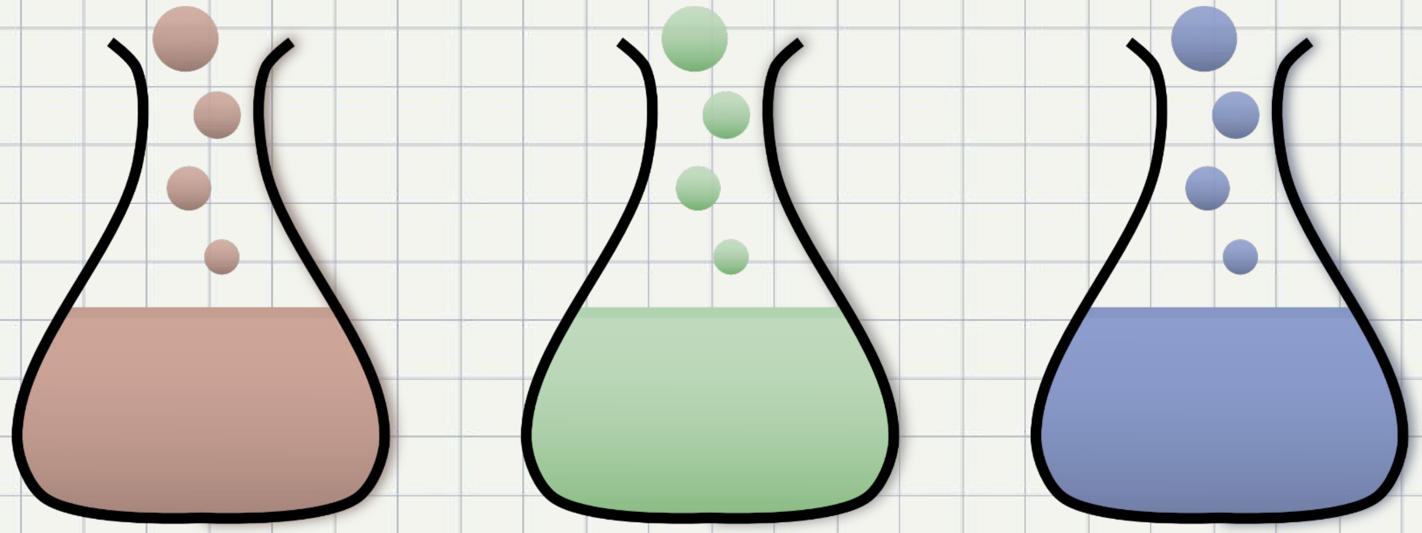
Химический смысл производной

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается зависимостью:
P = P(t), где P - количество некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию в момент времени t.

$V(t) = P'(t)$

Скорость химической реакции

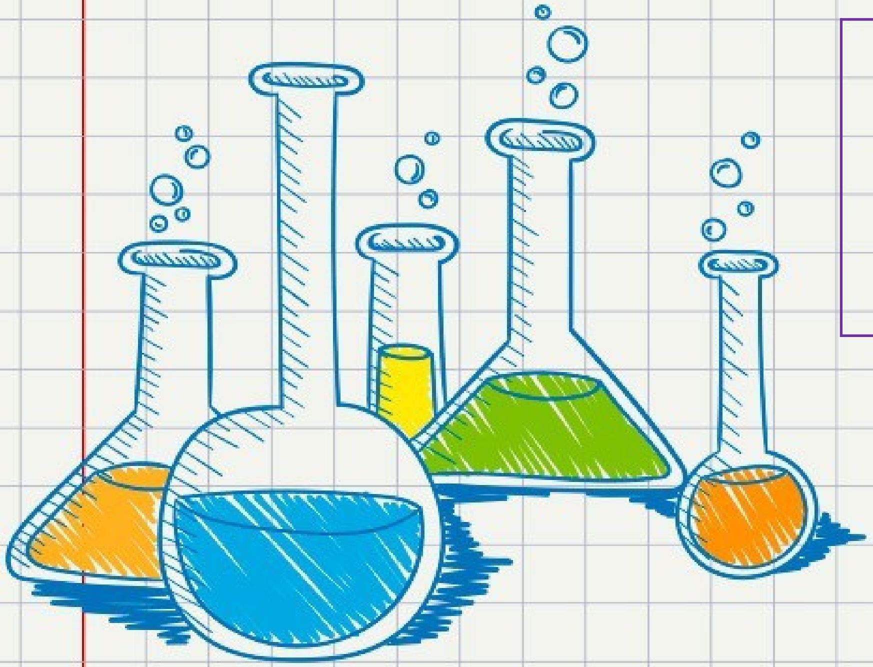




Пример задачи

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью: p(t) = t^2+5t-9 (моль).

Найти скорость химической реакции через 7 секунд.



Решение:

v(t) = P‘(t)

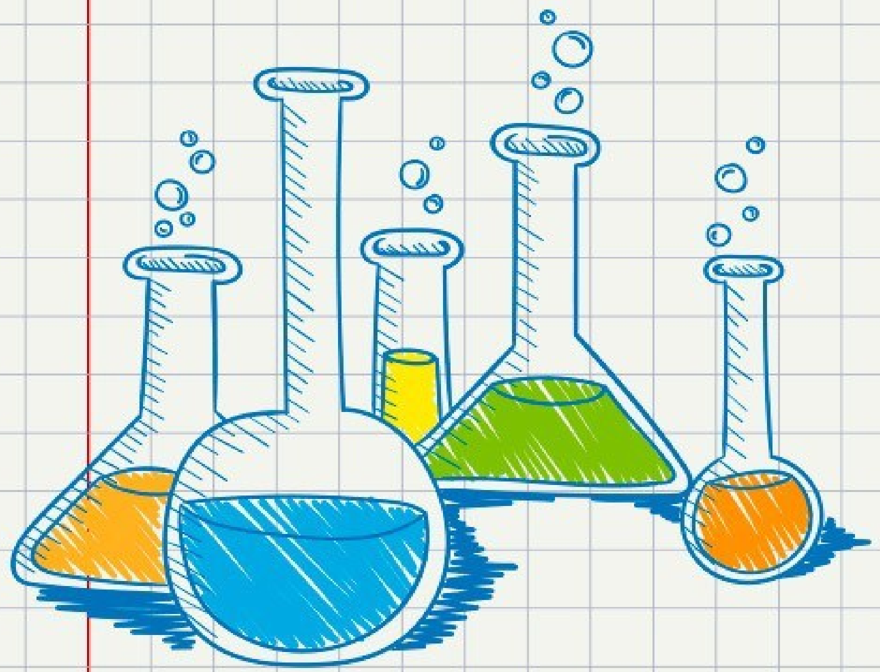
v(t) = 2t+5

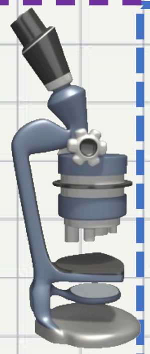
v(7) = 14+5 = 12

Ответ: *19 моль*

Биология

Биология - наука о живых существах и их взаимодействии со средой.

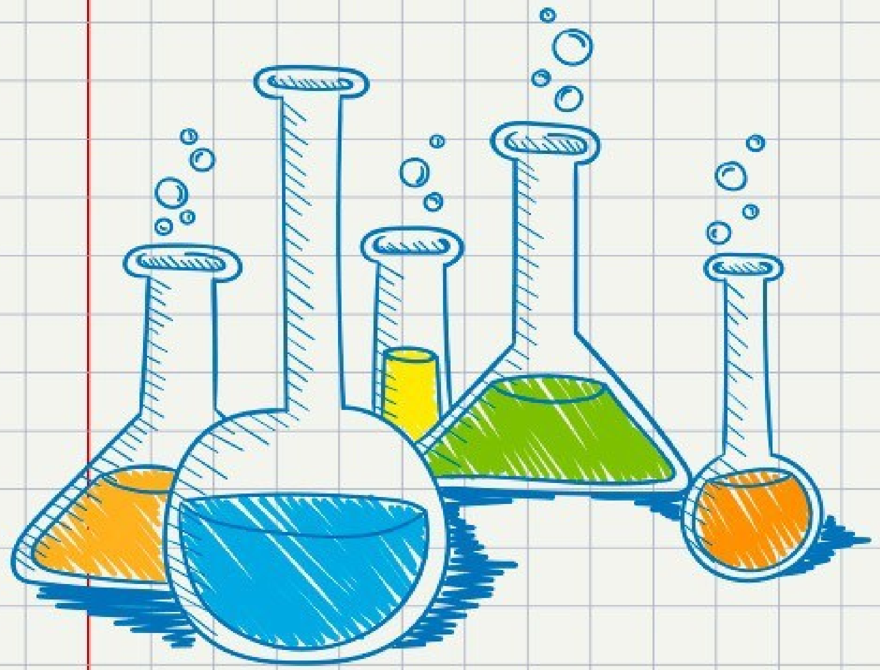




Биология изучает все аспекты жизни, в частности, структуру, функционирование, рост, происхождение, эволюцию и распределение живых организмов на Земле.

Биологический смысл производной

Биологическим смыслом производной является производительность жизнедеятельности популяции в момент времени.

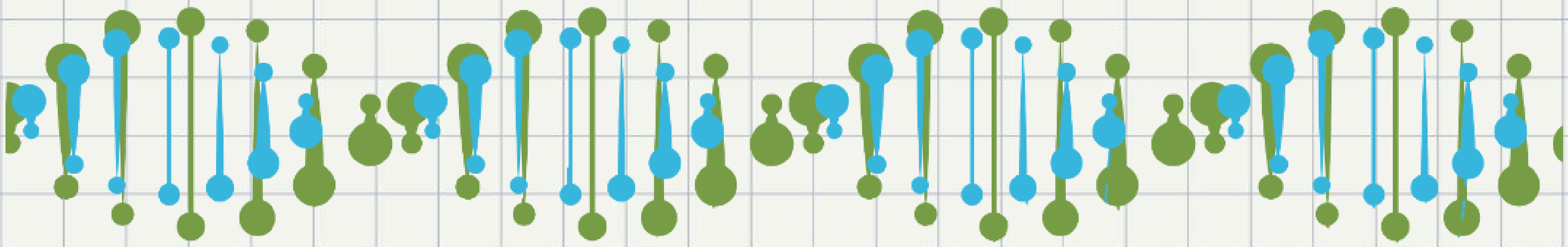


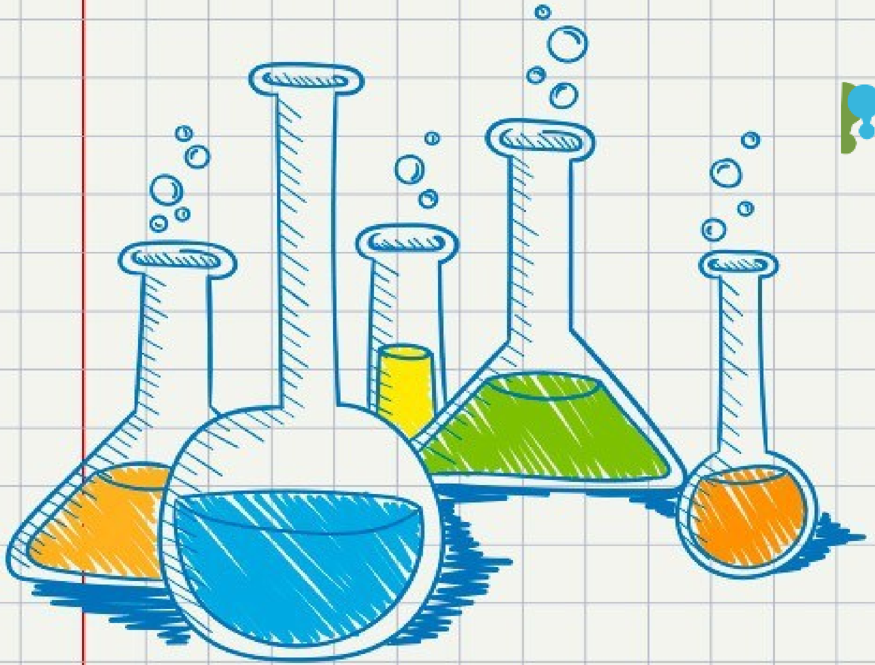
Биологический смысл производной

Пусть зависимость между числом особей популяции микроорганизмов X и временем t её размножения задана уравнением:
X= X(t).

V(t) = X’(t)

Скорость роста популяции

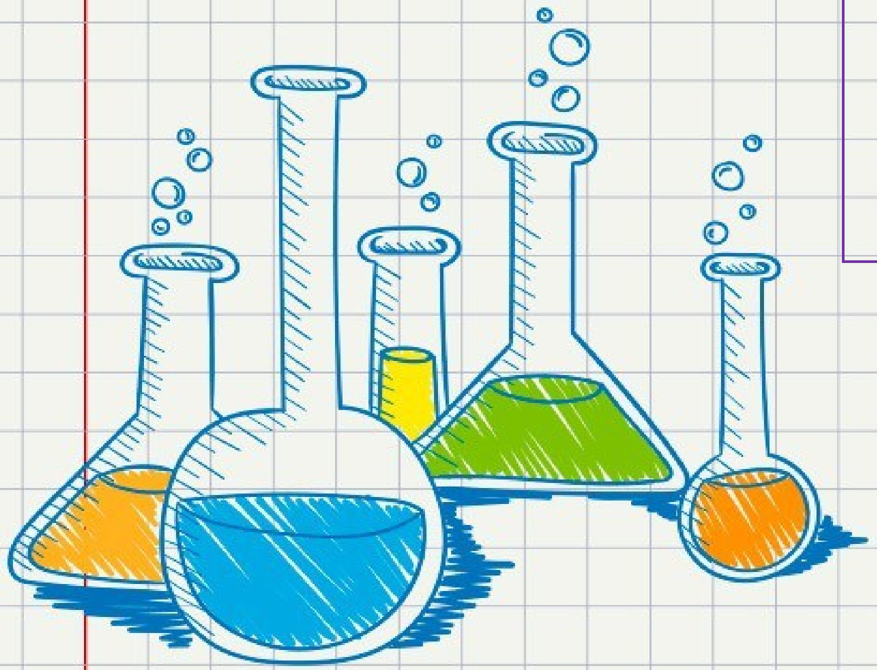




Пример задачи

Пусть популяция бактерий в момент t (с) насчитывает x(t) особей. $x(t) = 5000 + 300t^2$

Найти прирост особей на момент времени t = 1 с.

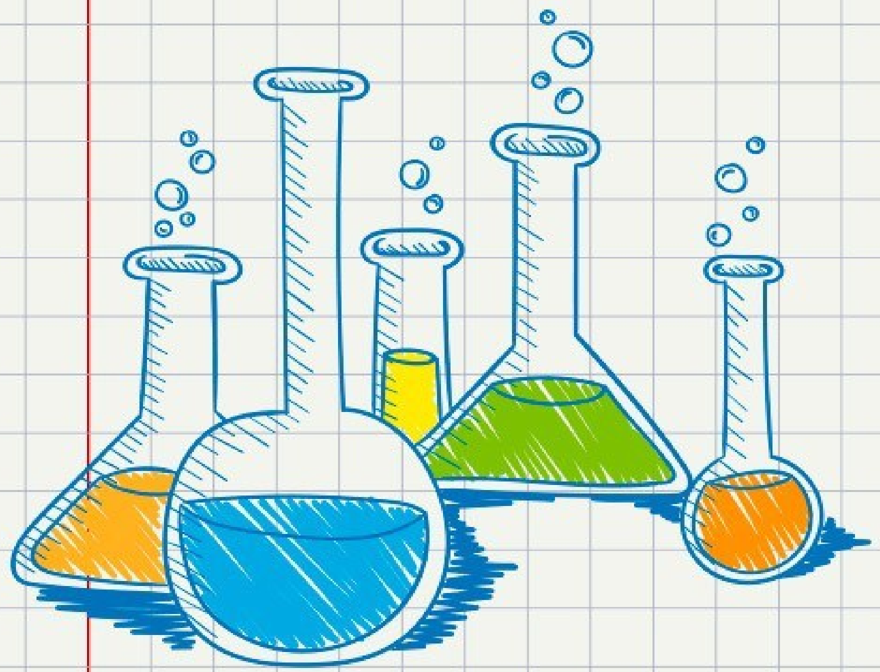


Решение:

v(t) = x'(t)
v(t) = 600t
v(1) = 600 * 1 = 600

Ответ: *600*

Спасибо за внимание!



Производная в индустрии

Выполнила:

Вовк Анастасия
Студентка группы

21 ПКС

В наши дни без дифференциального исчисления практически невозможно обойтись. Его используют всюду: в химии, биологии, физике, технике и даже в быту. Рассмотрим производную в индустрии.

Производная в физике

Физический смысл производной: производная функции y = f(x) в точке x_0 - это скорость изменения функции f (x) в точке x_0

Основные формулы

Средняя скорость $v_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Мгновенная скорость
$v(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} v_{cp}$ или $v(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

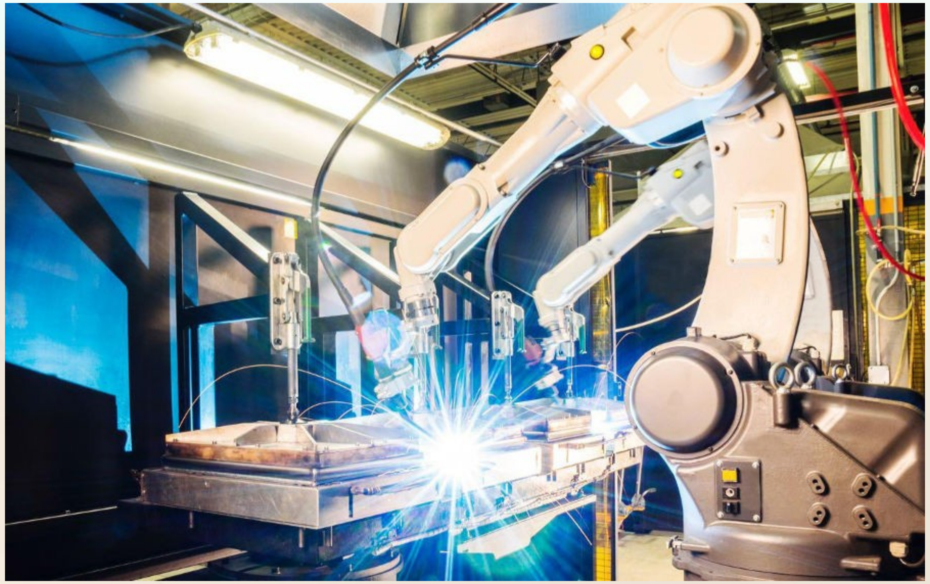
Скорость изменения функции
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

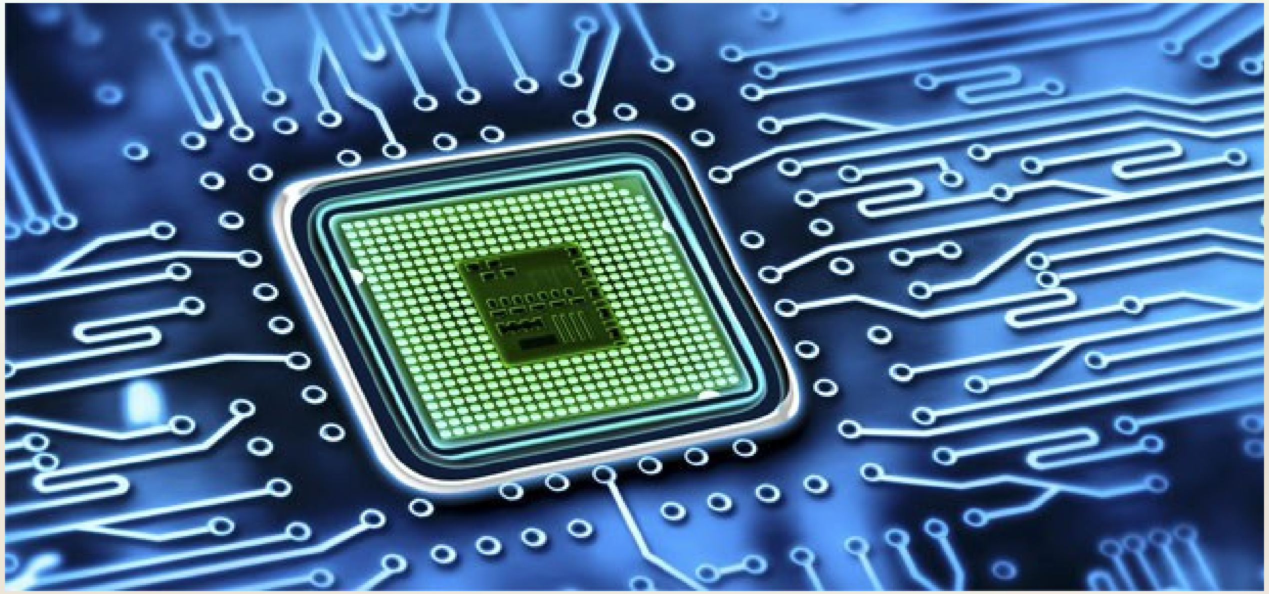
Значение производной в точке

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to O} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \quad k = tg\varphi = \lim_{\alpha \to \varphi} tg\alpha =$$

Производная в электротехнике

В наших домах, на транспорте, на заводах: всюду работает электрический ток.



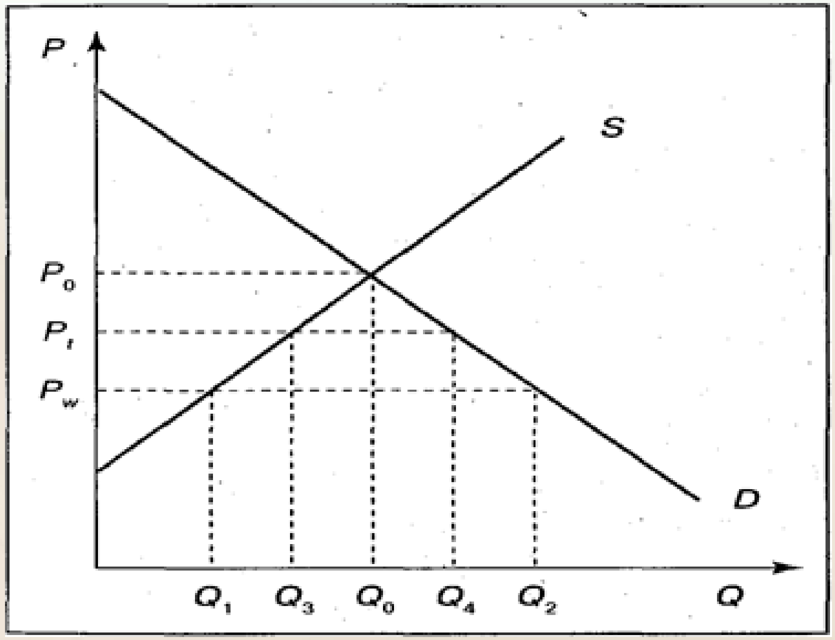


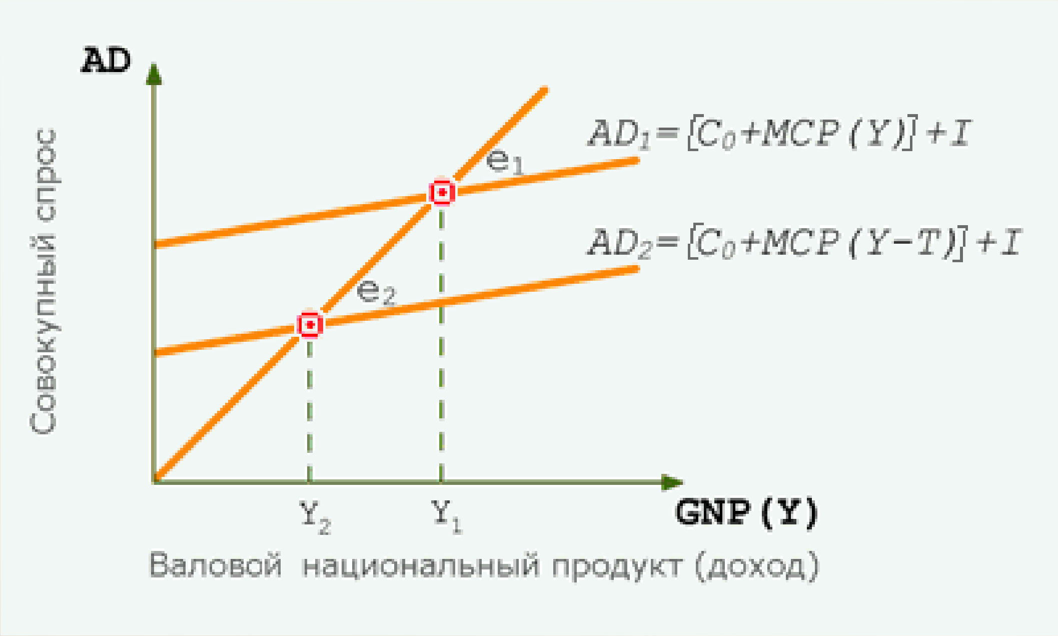
Производная в экономике

Экономика – основа жизни, а в ней важное место занимает дифференциальное исчисление – аппарат для экономического анализа.

Производная в экономике решает важные вопросы:

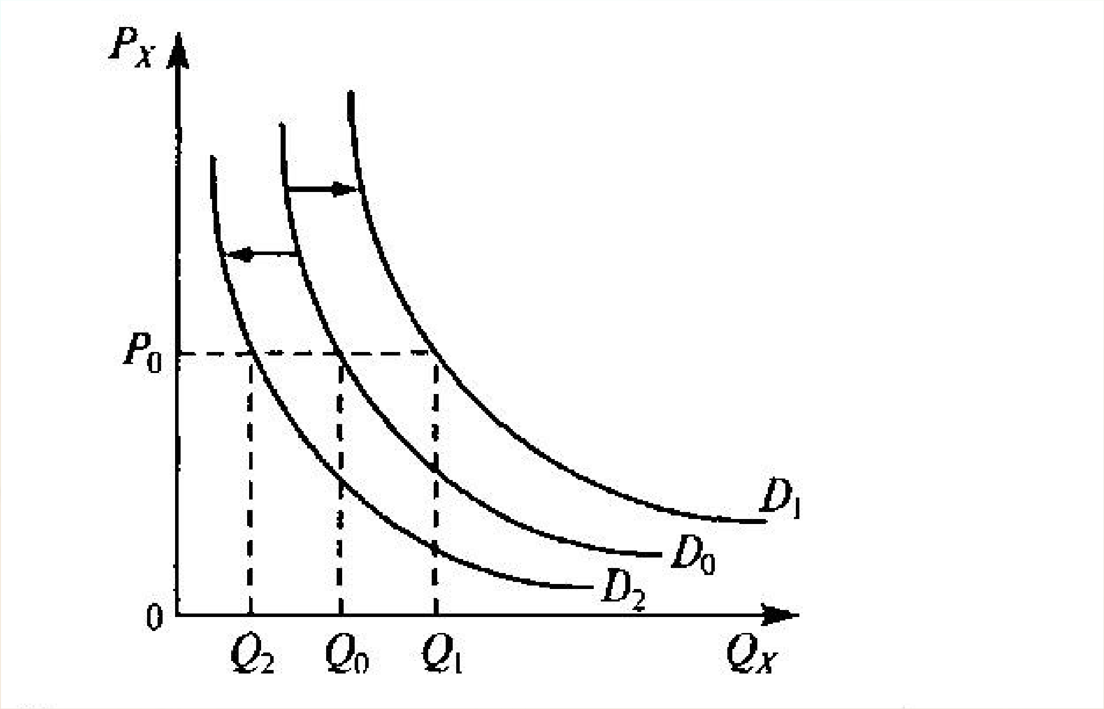
1. В каком направлении изменится доход государства при увеличении налогов или при введении таможенных пошлин?

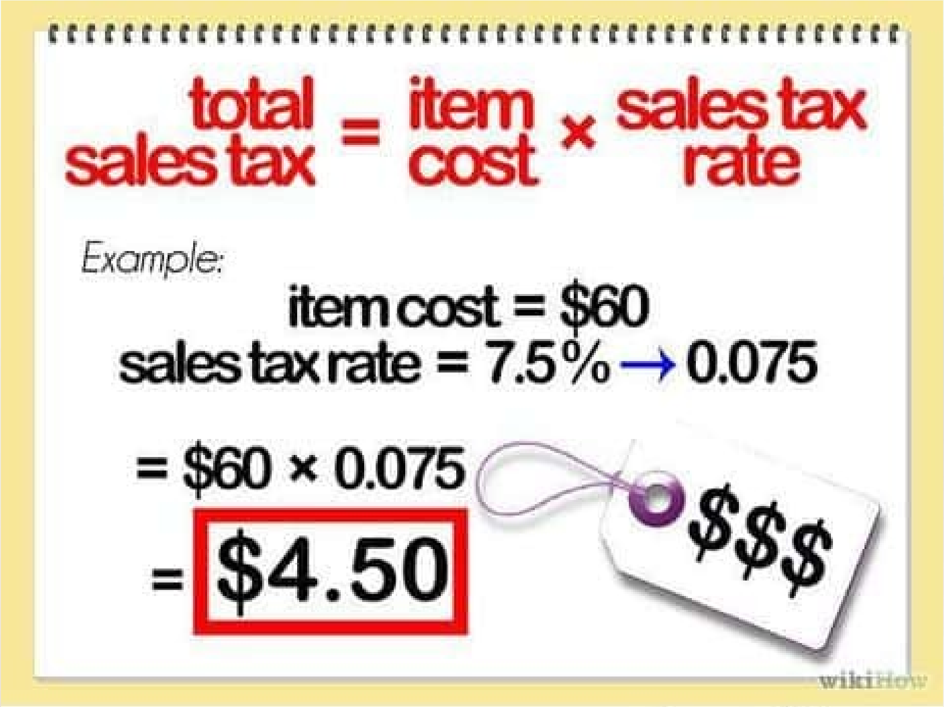




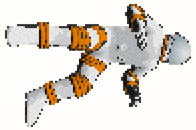
Производная в экономике решает важные вопросы:

2. Увеличится или уменьшится выручка фирмы при увеличение цены на её продукцию?

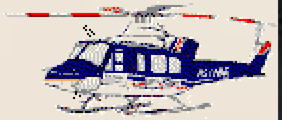


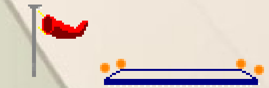


Производная в механике



Механическое движение - это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

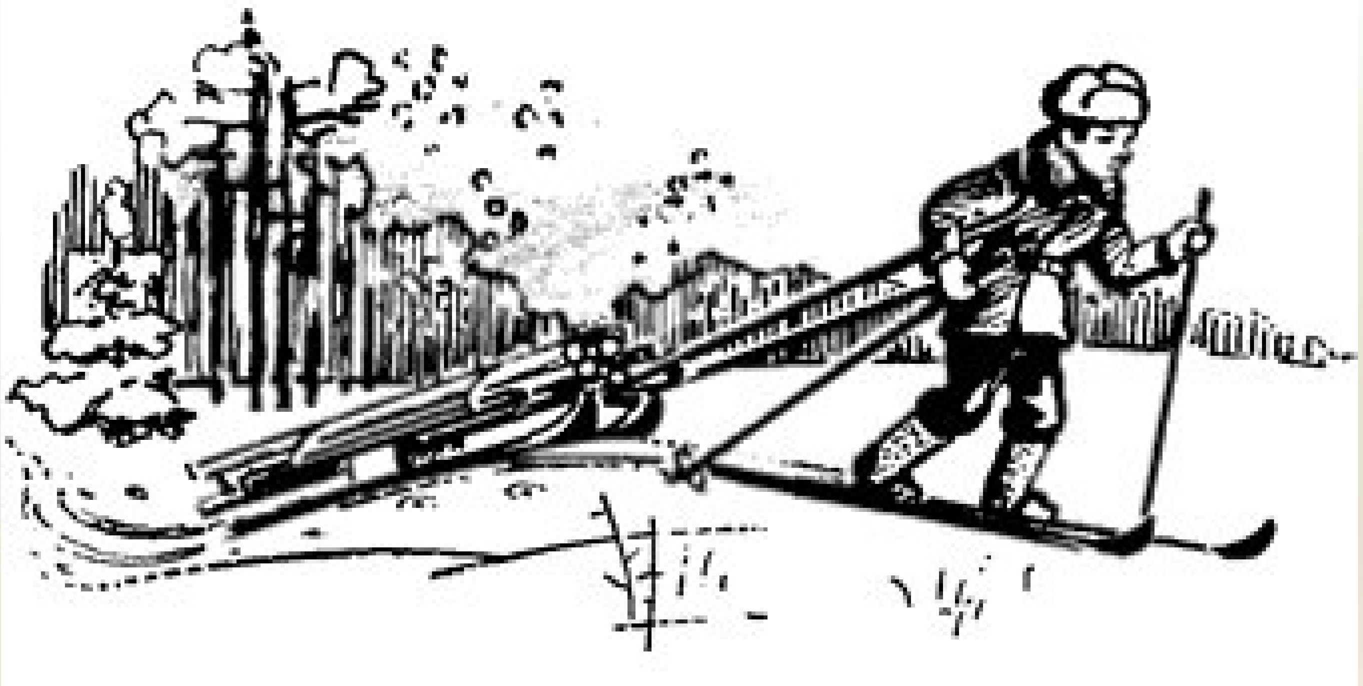




Производная в строительстве

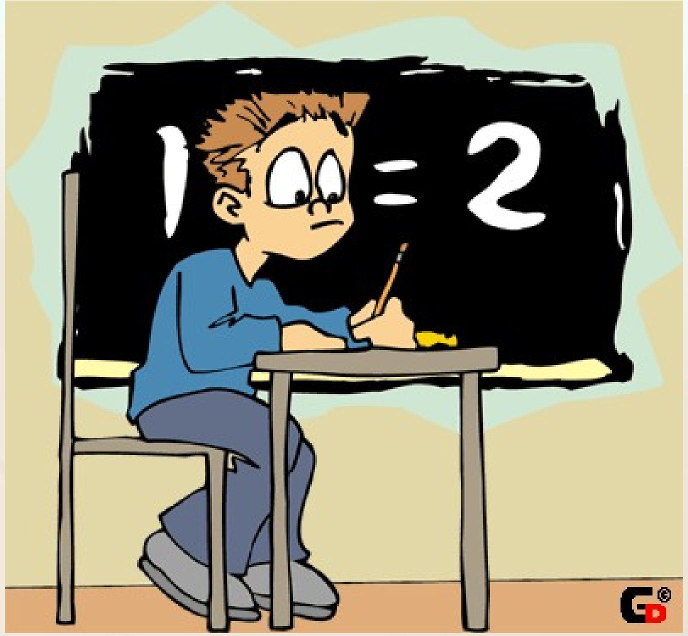
Производная в быту

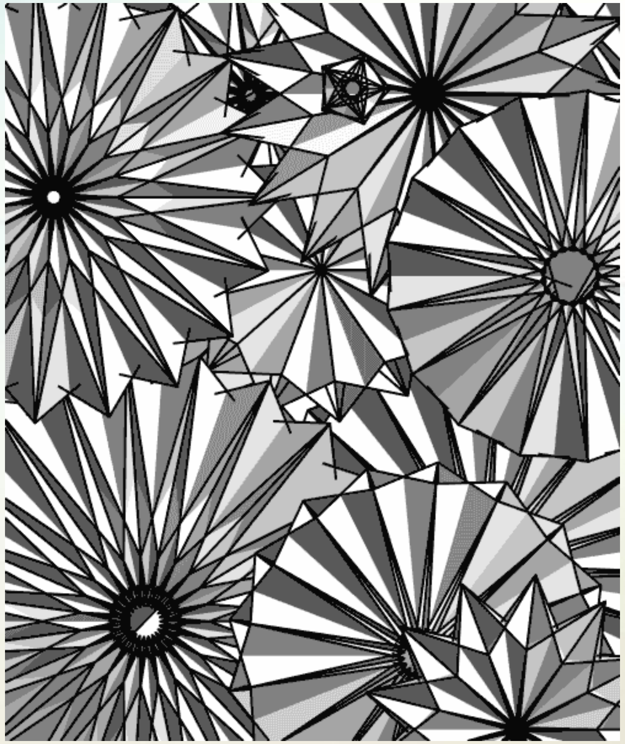
В быту мы постоянно пользуется производной, она настолько прочно вошла в массовое сознание (и Ваше тоже) , что многие даже не понимают, что это производная.



Производная в медицине

В чём заключается механический смысл производной?

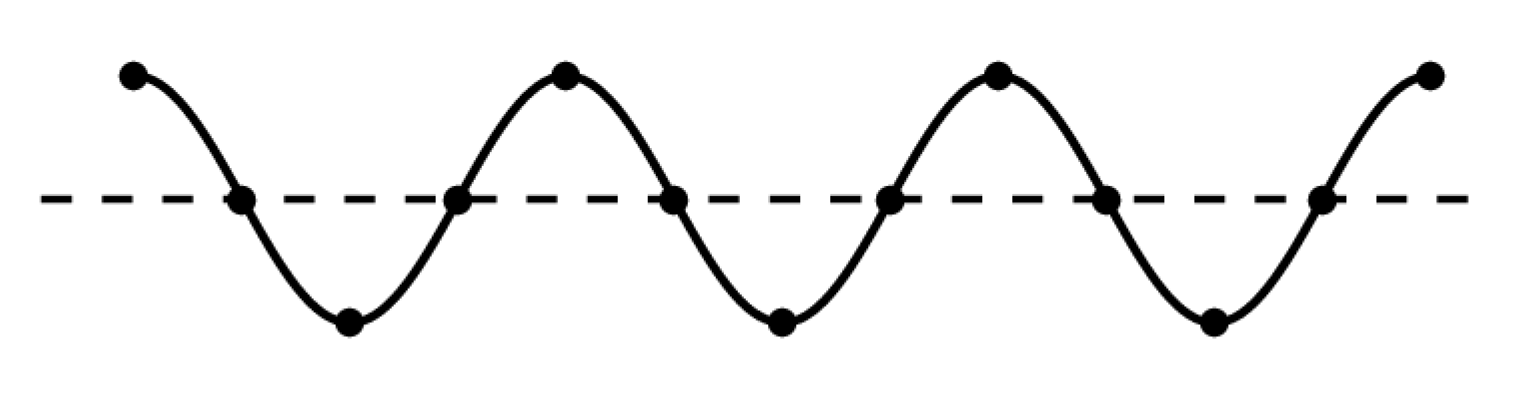




Производная функции y = f(x), в точке x_0, выражает скорость изменения функции в этой точке.

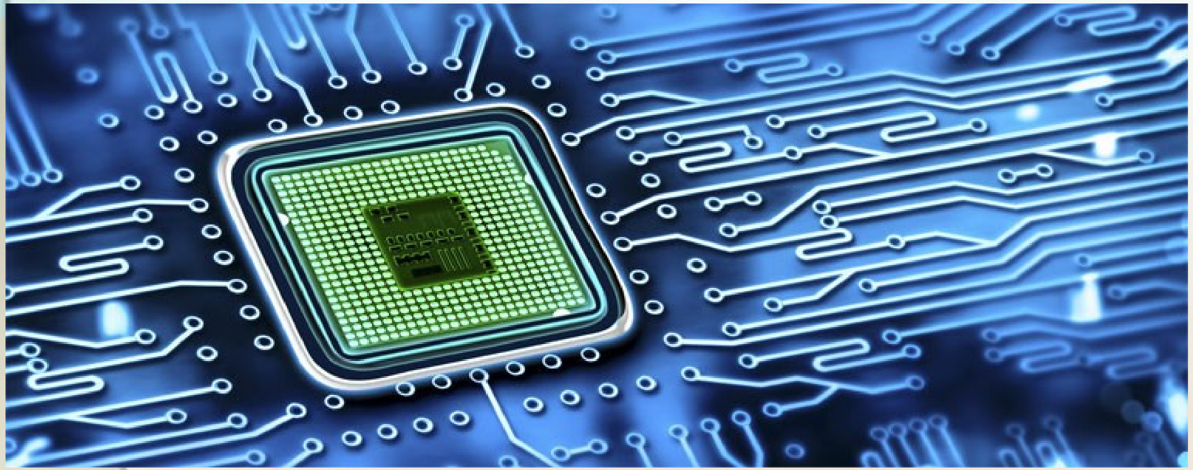
Если функция задана законом прямолинейного движения

S = S(t), то S · (t) – ?



Скорость движения в момент времени t v(t) = S · (t).

Вторая производная от закона движения?



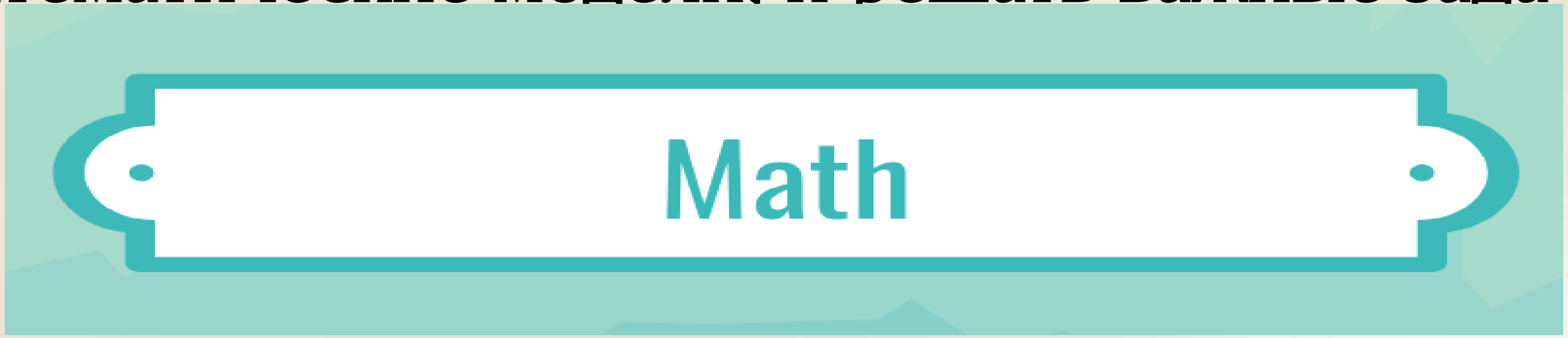
Скорость изменения скорости этого движения, т.е. ускорение

$S \cdot (t) = v' \cdot (t); \ \ v \cdot (t) = a'(t)$

В чем заключается геометрический смысл производной?

Значение производной $f'(x)$ при данном значении аргумента x равно тангенсу угла, образованного с положительным направлением оси *Ox* касательной к графику функции $f(x)$ в точке $M(x, f(x))$. $k = tga = f'(x_0)$.

Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества и т.д. Мы убедились в важности изучения темы "Производная", ее роли в исследовании процессов науки и техники, в возможности конструирования по реальным событиям математические модели, и решать важные задачи.



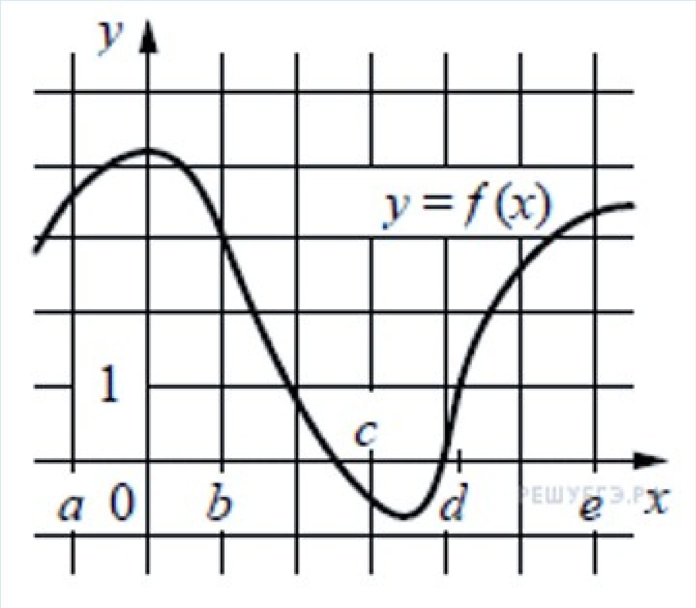
Спасибо за внимание!

связанных с геометрически м смыслом производной в ЕГЭ

Задачи базового уровня

$$\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)$$

1. На рисунке изображен график функции y = f(x). Числа a, b, c, d и e задают на оси x четыре интервала. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или ее производной



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

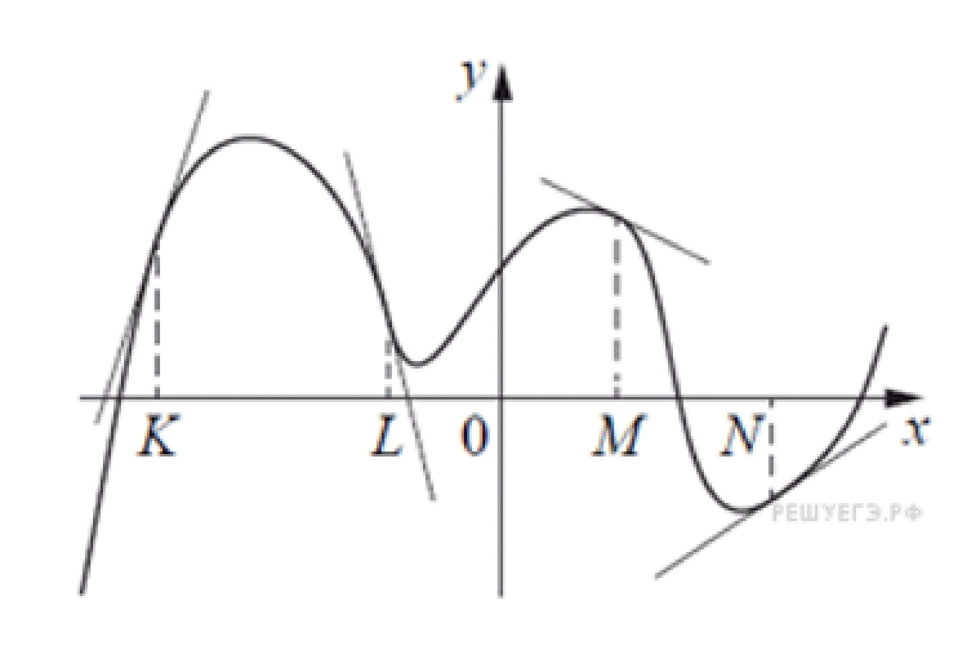
Точки:	Значения производной:
А) (a; b)	1) Производная отрицательна на всем интервале
Б) (b; c)	2) Производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала
В) (c; d)	3) Функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала
Г) (d; e)	4) Производная положительна на всем интервале

А	Б	В	Г
?	?	?	?

Ответ:

А	Б	В	Г
2	1	3	4

2. На рисунке изображен график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

Точки:	Значения производной:
А) K	1) -4
Б) L	2) 3
В) M	3) 2/3
Г) N	4) -0,5

А	Б	В	Г
?	?	?	?

Ответ:

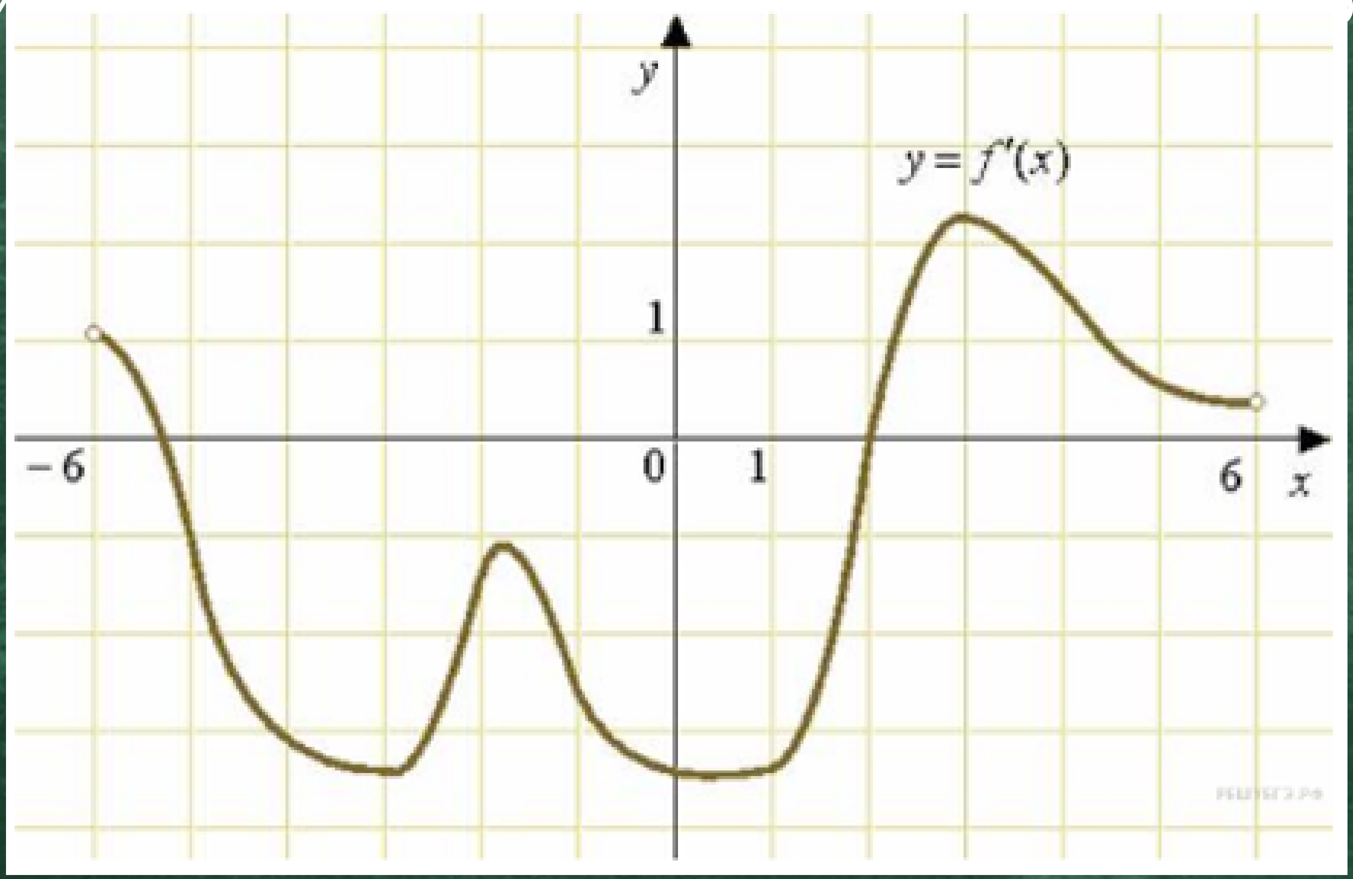
А	Б	В	Г
2	1	4	3

Задачи профильного уровня

$$\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)$$

1. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (-6;6). Найдите промежутки возрастания функции f(x).

В ответ укажи [illegible] омежутки.



Функция возрастает на интервалах:

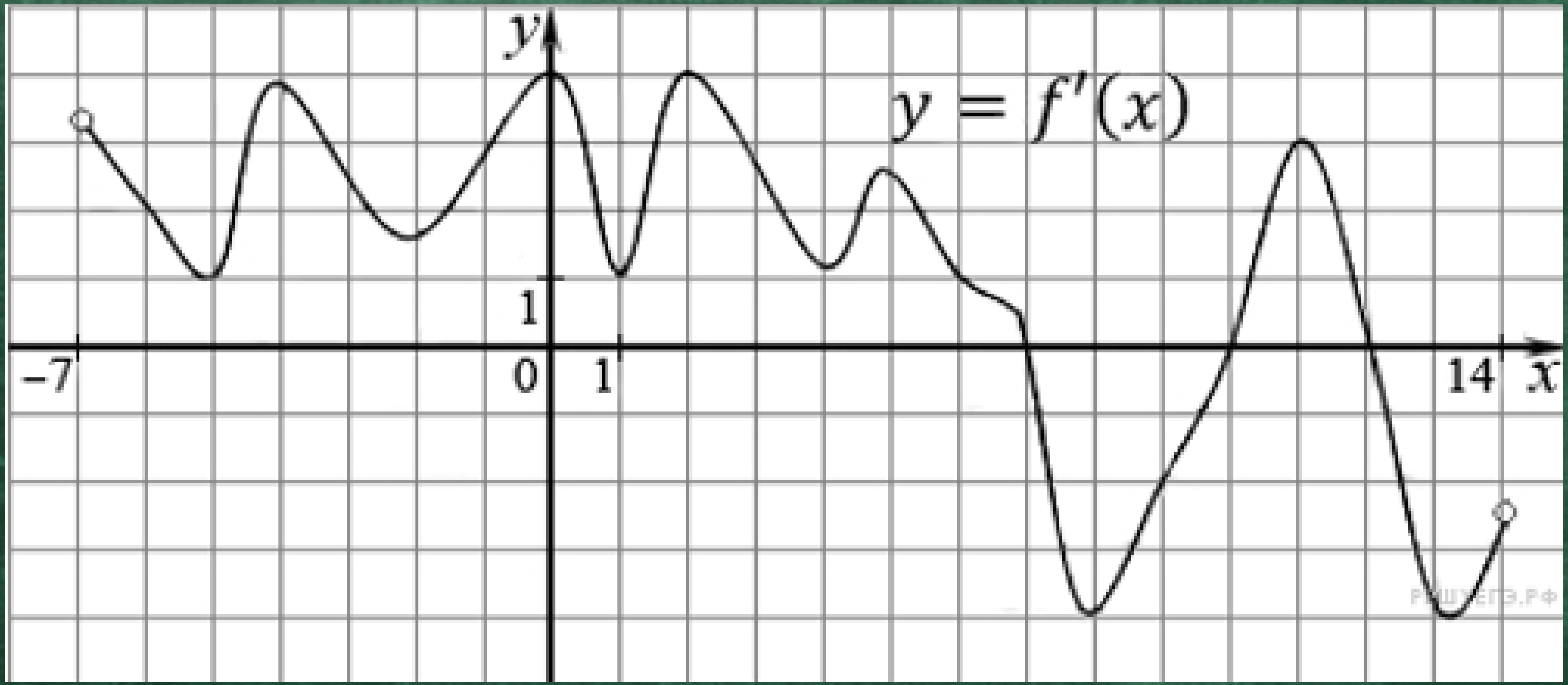
(-6; -5,25) ∩ (2; 6)

Данные интервалы содержат целые точки:

3, 4, 5

Ответ: 12

2. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (-7; 14). Найдите <u>количество точек максимума</u> функции f(x) на отрезке [-6; 9].

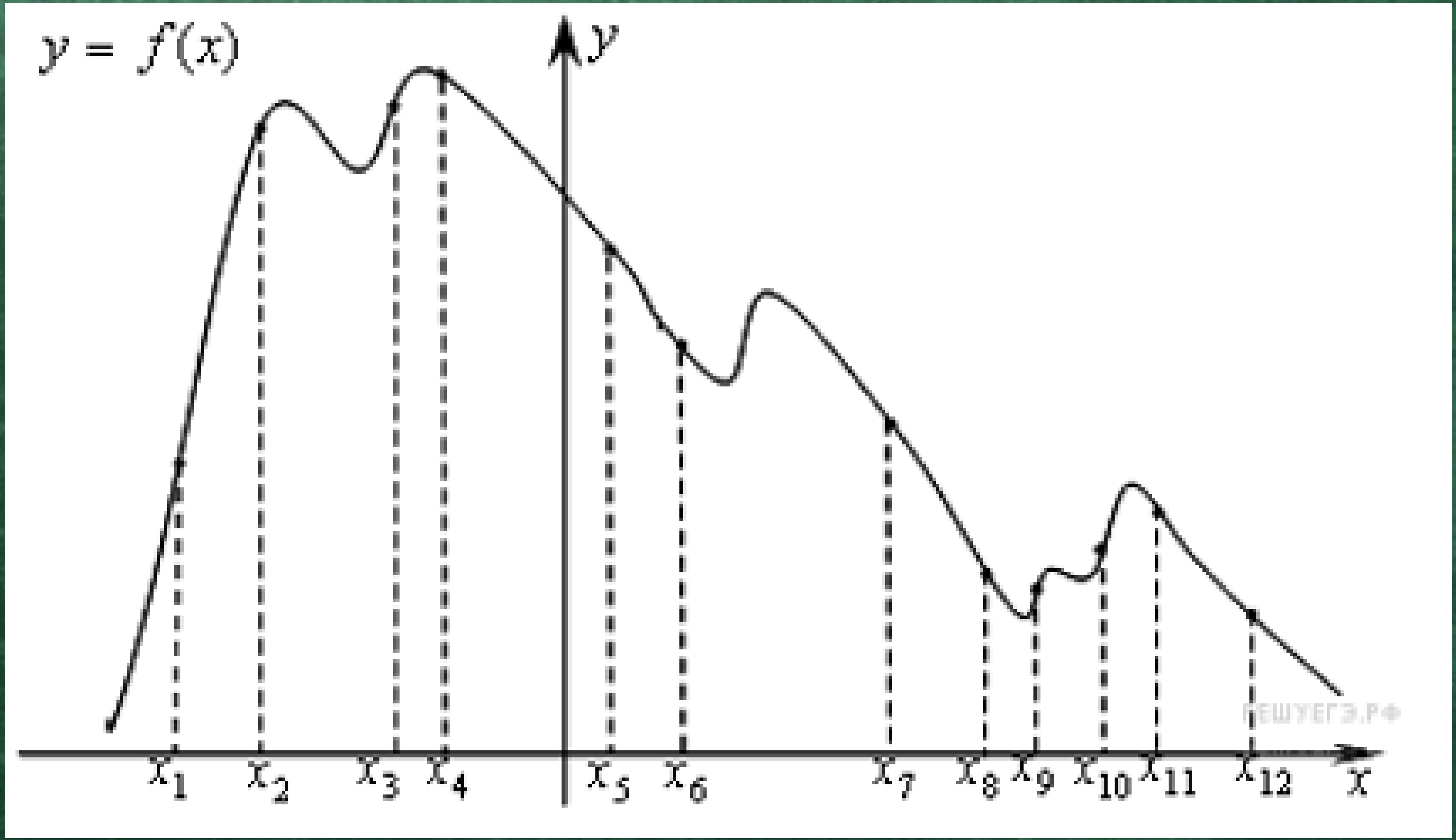


Точки максимума соответствуют точкам смены знака производной с положительного на отрицательный

Ответ: 1

3. На рисунке изображен график функции y = f(x) и двенадцать точек на оси абсцисс: , , , ..., . В скольких из этих точек производная функции отрицательна?

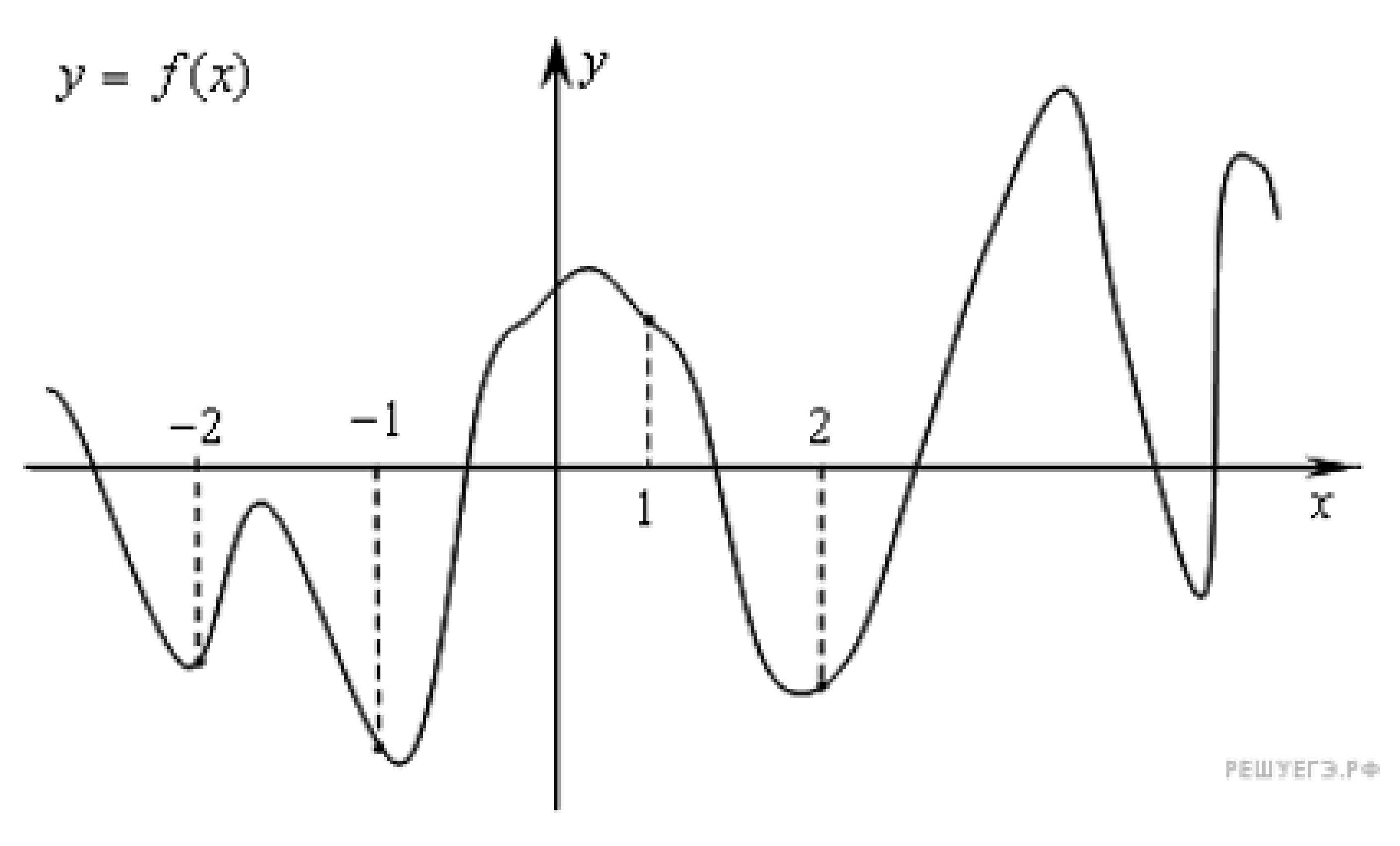
3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции отрицательна?



Отрицательным значениям производной соответствуют интервалы, на которых функция f(x) убывает.

Ответ: 7

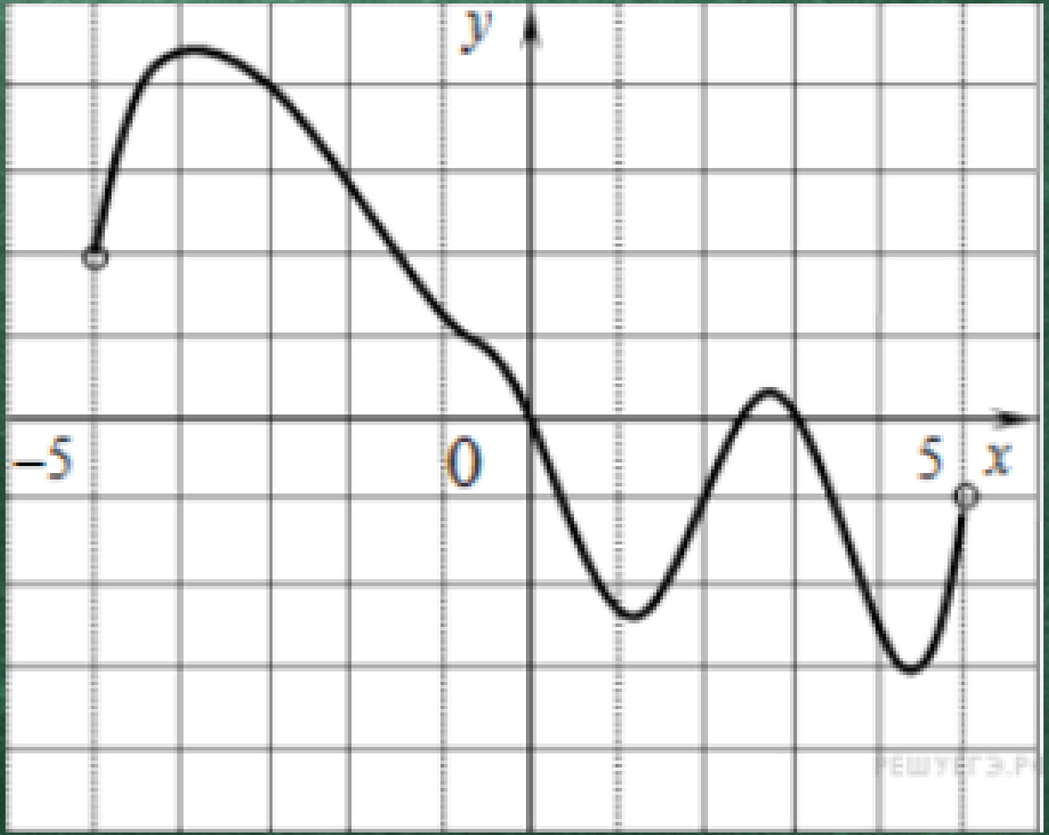
4. На рисунке изображен график функции y = f(x) и отмечены точки -2, -1, 1, 2. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной в этой точке.

Ответ: -2

5. На рисунке изображен график функции у = f(x), определенный на интервале (-5; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции f(x) отрицательна.



Производная функции отрицательна на промежутках, в которых функция убывает:
(-3,75; 1,25) ∩ (2,75; 4,5)

Ответ: 7

Удачи!