ОГАОУ ДПО «Белгородский институт развития»

Учебно-методические указания
по выполнению практических работ
по дисциплине «Элементы высшей математики»
для обучающихся по специальности СПО
09.02.07 Информационные системы и программирование

Разработчик: Глухова Людмила Алексеевна, преподаватель математики ОГАПОУ «Белгородский индустриальный колледж
Сапожникова Галина Васильевна, преподаватель математики и специальных дисциплин ОГАПОУ «Белгородский индустриальный колледж

Белгород
2022

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Содержание

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Пояснительная записка

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования (далее – ФГОС СПО) затрагивает вопросы обновления содержания образования, которое предполагает использование современных методов и технологий, построение новых моделей организации учебного и внеучебного процессов. Современный педагог призван создать условия, в которых обучающийся научился бы использовать необходимые знания, анализировать их ценность и возможность применять на практике [9].

В реализации данных задач особую значимость приобретает проблема формирования математической компетентности в профессиональной подготовке специалистов технического профиля.

Математическая компетентность будущего специалиста технического профиля рассматривается нами как «целостное образование личности, отражающее готовность к изучению дисциплин, требующих математической подготовки, а также способность использовать свои математические знания для разрешения различного рода практических и теоретических проблем и задач, встречающихся в профессиональной деятельности [8, с. 240].

Исследованию проблемы формирования математической компетентности посвящены работы Аммосовой М.С. [1], Петровой Е.М. [8], Чирковой О.В. [12] и других ученых. Однако до сих пор остается открытым вопрос о наиболее эффективном построении педагогического процесса, содержащем систему дидактических условий и педагогических технологий, соответствующих задаче формирования математической компетентности будущего специалиста технического профиля.

В этой связи актуальность авторских материалов, разработанных на основе ФГОС СПО по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование и примерной основной образовательной программы ФУМО в системе СПО по укрупненным группам профессий, специальностей 09.00.00 Информатика и вычислительная техника, обусловлена необходимостью решения проблемы формирования математической компетентности обучающихся - как важнейшей составляющей процесса подготовки конкурентоспособного специалиста.

В авторских материалах представлена система организации практической подготовки студентов, направленная на формирование их математической компетентности, в рамках изучения дисциплины естественно-научного цикла «Элементы высшей математики» (60 часов) (приложение 1).

Цель представленных материалов: формирование математической компетентности студентов специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование в процессе организации выполнения практических работ по дисциплине.

Задачи:

– развитие аналитического, логического, критического мышления обучающихся;

– развитие гибкости мышления обучающихся;

– активизация устной и письменной математической речи студентов;

– развитие у обучающихся навыков самостоятельной деятельности.

Представленные учебно-методические указания состоят из двух блоков.

Первый блок, включающий практические работы, состоит из 4 разделов:

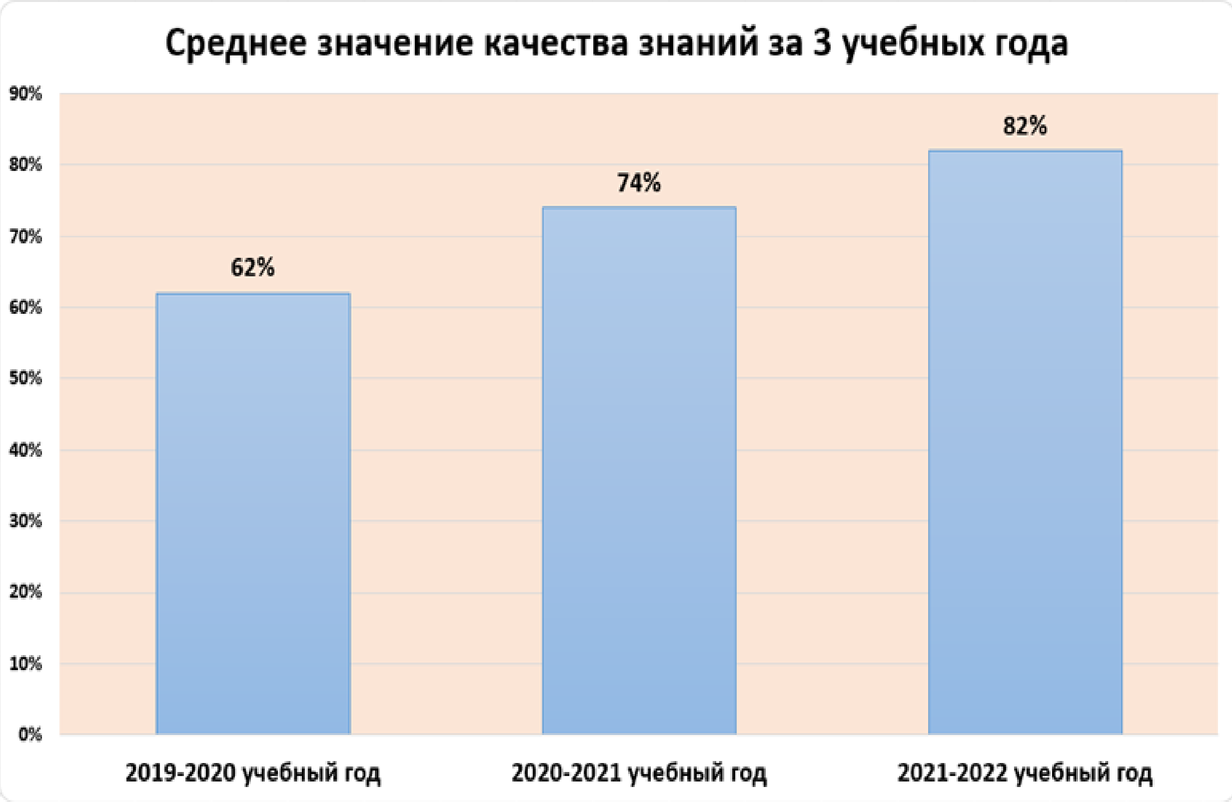
1. Элементы линейной алгебры (приложение 2).
2. Элементы аналитической геометрии (приложение 3).
3. Основы теории комплексных чисел (приложение 4).
4. Основы математического анализа (приложение 5).

Каждый раздел содержит перечень практических работ, которые включают в себя наименование темы, цель работы, время выполнения работы, практические задания по темам раздела в 6 вариантах.

Второй блок носит теоретический характер и содержит Критерии оценки результатов выполнения практических работ (приложение 6).

Составленные по принципу профессиональной направленности, учебно-методические указания призваны обеспечить усвоение обучающимися прикладных возможностей математики и, в итоге, способствовать формированию математической компетентности студентов специальностей технического профиля.

Представленные учебно-методические указания апробировались в течение трех лет в ОГАПОУ «Белгородский индустриальный колледж» среди студентов разных групп, обучающихся по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование. Результаты выполнения тестовых экзаменационных заданий в рамках промежуточной аттестации, включающих в себя отдельные компоненты оценки уровня сформированности математической компетентности [12], позволили сделать вывод о положительной динамике усвоения учебного материала по дисциплине «Элементы высшей математики» В течение трех лет средний показатель качества знаний студентов по дисциплине «Элементы высшей математики» повысился на 20%.



Таким образом, представленные учебно-методические материалы имеют практическую значимость, способствуют формированию математической компетентности студентов специальностей технического профиля и могут быть использованы педагогами техникумов и колледжей в процессе организации практических работ по дисциплине «Элементы высшей математики».

Приложение 1

Тематика практических работ

	Наименование тем	**Вид и название работы студента**	**Количество часов на выполнение работы**
Раздел 1	**Элементы линейной алгебры**		**8**
1.1	Матрицы и определители	П.Р. №1 «Вычисление определителей»	2
		П.Р.№2 «Операции над матрицами»	2
1.2.	Системы линейных уравнений	П.Р.№3 «Решение систем линейных уравнений методом Крамера» П.Р.№4 «Решение СЛУ методом Гаусса»	4
Раздел 2	**Элементы аналитической геометрии**		**6**
2.1	Операции над векторами	П.Р.№5 «Операции над векторами»	2
2.2.	Прямая на плоскости и в пространстве	П.Р.№6 «Составление уравнения прямой»	2
2.3.	Кривые второго порядка	П.Р.№7 «Составление уравнений кривых второго порядка»	2
Раздел 3	**Основы теории комплексных чисел**		**4**
3.1	Комплексные числа	П.Р.№8 «Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах» П.Р.№9 «Переход от алгебраической формы	4

		комплексного числа к показательной форме»	
Раздел 4	**Основы математического анализа**.		**42**
4.1	Теория пределов и непрерывность	Практическая работа №10 «Вычисление простых пределов» Практическая работа №11 «Вычисление пределов с помощью замечательных»	2
4.2	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	П.Р. №12 «Вычисление простых производных» П.Р. №13 «Вычисление производной сложной функции» П.Р.№14«Производные и дифференциалы высших порядков» П.Р.№15«Полное исследование функции»	10
4.3.	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	П.Р.№16 «Интегрирование функций с помощью таблицы и основных свойств» П.Р.№17 Интегрирование заменой переменной и по частям П.Р.№18 Интегрирование рациональных выражений П.Р.№19 Интегрирование иррациональных функций П.Р.№20 Нахождение определенного интеграла с помощью таблицы и основных свойств определенного интеграла П.Р.№21 Вычисление определенных интегралов заменой переменной и по частям П.Р.№22 Вычисление площадей фигур с помощью определенного	14

		интеграла	
4.4.	Тема 4.4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	П.Р.№23: «Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных П.Р.№24 «Вычисление экстремумов функций нескольких переменных»	4
4.5.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	П.Р.№25 «Вычисление двойных интегралов в случае области I и II типа» П.Р.№26 «Приложения двойных интегралов»	5
4.6.	Теория рядов	П.Р.№27 «Исследование числовых рядов с положительными элементами на сходимость» П.Р.№28 «Исследование знакочередующихся рядов на абсолютную и условную сходимость»	5
4.7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	П.Р.№29 «Интегрирование дифференциальных уравнений с разделенными переменными» П.Р.№30 «Решение дифференциальных уравнений второго порядка»	2
		Итого	60

Приложение 2

Практические работы к разделу №1 «Элементы линейной алгебры»

Практическая работа №1«Вычисление определителей»

Цель: Освоить методы вычисления определителей второго, третьего и четвёртого порядка.
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ 1

1.Вычислить определитель второго порядка:

$$а)\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}; \qquad б).\begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Найти миноры элементов a_{11} и a_{23}:

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & -1 & 6 \\ 3 & 7 & -5 & 1 \\ 4 & -2 & 11 & -5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители третьего порядка

а) Вычислить определитель третьего порядка двумя способами по правилу треугольника и методом разложения по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

б) вычислить определитель, разложив его по элементам третьего столбца, а проверку сделать разложением по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 1 & -7 & 2 \\ 4 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить определитель матрицы четвертого порядка, разложив его по элементам удобной строки, а проверку сделать, разложив его по элементам удобного столбца:

$$\begin{vmatrix} -8 & 2 & 0 & -2 \\ 4 & 4 & 3 & 6 \\ 1 & 7 & 6 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

5.Записать определитель третьего порядка и перечислить свойства.

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить определитель второго порядка:

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 9 & -5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{б)} \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

.

2. Найти миноры элементов a_{24} и a_{41}:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители третьего порядка

а) Вычислить определитель третьего порядка двумя способами по правилу треугольника и методом разложения по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

б) вычислить определитель, разложив его по элементам второго столбца, а проверку сделать разложением по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 1 & -6 & 3 \\ 0 & -2 & 7 \\ 4 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить определитель матрицы четвертого порядка, разложив его по элементам удобной строки, а проверку сделать, разложив его по элементам удобного столбца:

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & -5 \\ 9 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Охарактеризуйте понятие минора и алгебраического дополнения, запишите соответствующие формулы.

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить определитель второго порядка:

$$а)\ \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 9 & -6 \end{vmatrix} \qquad б)\ \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 15 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Найти миноры элементов a_{24} и a_{42}:

$$\begin{vmatrix} -5 & 4 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3.Вычислить определители третьего порядка

а) Вычислить определитель третьего порядка двумя способами по правилу треугольника и разложить элементам 1 столбца:

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & 3 \\ -4 & 1 & 7 \\ 4 & 7 & 4 \end{vmatrix}$$

б) Вычислить определитель разложив его по элементам первого столбца, а проверку сделать разложением по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1 & -6 & 9 \\ -3 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

4.Вычислить определитель матрицы четвертого порядка, разложив его по элементам удобной строки, а проверку сделать, разложив его по элементам удобного столбца:

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

5.Сформулируйте теорему Лапласа и запишите все возможные разложения для определителя матрицы 4 порядка

ВАРИАНТ 4

1. Вычислить определитель второго порядка:

а) $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 19 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 9 & 4 \end{vmatrix}$

2. Найти миноры элементов a_{21} и a_{34}:

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 8 & -6 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

3 Вычислить определители третьего порядка.
а) Вычислить определитель третьего порядка двумя способами по правилу треугольника, и разложить по элементам первой строки:

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 9 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

б) Вычислить определитель, разложив его по элементам первого столбца, а проверку сделать разложением по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 0 & -6 & 2 \\ 7 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

4.Вычислить определитель матрицы четвертого порядка, разложив его по элементам удобной строки, а проверку сделать, разложив его по элементам удобного столбца:

$$\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 & -6 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

5.Запишите определитель второго и третьего порядка в общем виде, укажите элементы главной и побочной диагонали, перечислите свойства определителя.

ВАРИАНТ 5

1.Вычислить определитель второго порядка:

$$\text{а)}\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ -12 & 4 \end{vmatrix} \qquad \text{б)}\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Найти миноры элементов a_{11} и a_{23}:

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -1 & 6 \\ 3 & 7 & 5 & -4 \\ 4 & -2 & -3 & -5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители третьего порядка
а) Вычислить определитель третьего порядка двумя способами по правилу треугольника и методом разложения по элементам третьей строки:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 1 & 6 & 2 \\ 7 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

б) вычислить определитель третьего порядка двумя способами, разложением по элементам первой строки и выполнить проверку, разложив его по элементам второго столбца:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 9 \\ 10 & 2 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить определитель матрицы четвертого порядка, разложив его по элементам удобной строки, а проверку сделать, разложив его по элементам удобного столбца:

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 8 & -6 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

5.Записать 1-3 свойства определителя и выполнить для них проверку.

ВАРИАНТ 6

1. Вычислить определитель второго порядка:

а) $\begin{vmatrix} 5 & 11 \\ -12 & 6 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}$

2. Найти миноры элементов a_{24} и a_{41}:

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 8 & -6 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определители третьего порядка

а) Вычислить определитель третьего порядка двумя способами: по правилу треугольника и разложить по элементам 2 столбца:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 9 \\ -5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

б) вычислить определитель третьего порядка двумя способами, разложением по элементам второй строки и выполнить проверку, разложив его по элементам первого столбца:

$$\begin{vmatrix} 1 & 9 & 1 \\ -7 & 2 & -5 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Вычислить определитель матрицы четвертого порядка, разложив его по элементам удобной строки, а проверку сделать, разложив его по элементам удобного столбца:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & -2 & -5 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

5. Сформулируйте теорему Лапласа и запишите все разложения для случая определителя матрицы третьего порядка.

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №2 «Операции над матрицами»

Цель: Освоить и закрепить на практических примерах все основные операции над матрицами
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ 1

1. Найти матрицу C=2(A+B)-4(A-B)+A и транспонируйте полученную матрицу.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 11 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

2. Перечислите известные вам виды матриц, дайте их характеристику и общий вид.

3. Найдите произведение матриц

$$а)\ A=\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$б)\ A=\begin{pmatrix} 2 & -7 & 3 \\ 1 & 11 & 2 \\ -5 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

4. Найдите матрицу C=A*B-2A-3B+B*A

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 9 & 0 \\ -7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Найдите матрицу обратную к данной матрице A, и сделайте проверку

$$а)\ A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad б)\ A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ №2

1. Найти матрицу С= -А+4В-(3В+7А) и транспонируйте полученную матрицу.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 11 \\ 4 & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -6 & -1 \\ 2 & 1 & 7 \\ 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Перечислите действия над матрицами и запишите их в общем виде.

3. Найдите произведение матриц А и В

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 9 \\ -4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите матрицу С=А*А-2АВ+В*В

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \; B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Найдите обратную матрицу к данной матрице А и сделайте проверку.

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{б) } B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ №3

1. Найдите матрицу С, и транспонируйте полученную матрицу
С=-А-В-5(А+В)-3А

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 8 & -9 & 1 \\ 2 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Запишите этапы нахождения обратной матрицы.

3. Найдите произведение матриц А и В

$$а)\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 9 \\ -1 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 12 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$б)\ A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -9 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 2 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Найдите матрицу С=В*А-2А*В+В*В

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Найдите обратную матрицу к данной матрице А и сделайте проверку

$$а)\ A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad б)\ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ №4

1. Найти матрицу С и транспонируйте полученную матрицу
С=2(А-В)-5(А+В)+В

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 15 \\ 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Перечислите нелинейные операции над матрицами и их свойства.

4. Найдите произведение матриц А и В

$$а)\ A = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 11 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

б) $A = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

4. Найдите матрицу C=B*B-2A*B+A*A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Найти обратную матрицу к данной матрице А и сделайте проверку.

а) $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $\qquad$ б) $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

ВАРИАНТ №5

1. Найти матрицу C=5(A-3B)+6A-2B и транспонируйте полученную матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 6 & -2 & 1 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

2.Перечислите линейные операции над матрицами и их свойства

3.Найдите произведение матриц.

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & 6 & -3 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. Найдите матрицу C = A*B-2A*B+A*A

$$A=\begin{pmatrix} -4 & 5 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 10 & -7 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} -6 & -12 & 3 \\ 8 & 9 & -1 \\ 2 & 4 & -8 \end{pmatrix}$$

5. Вычислите обратную для данных матриц и сделайте проверку

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

ВАРИАНТ №6

1. Найти матрицу C=-(A+B)-7(-A-B)-A и транспонировать полученную матрицу.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 1 & 6 & 0 \\ 2 & -5 & 9 \end{pmatrix}$$

2. Запишите теорему Лапласа для нахождения определителя квадратной матрицы (формулировка и формулы)

3. Найдите произведение матриц.

а) $A=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

б) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 8 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

4. Найдите матрицу C=A*B-2A-3B+B*A

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 9 & 0 \\ -7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Найдите матрицу обратную к данной матрице A, и сделайте проверку

а) $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Практическая работа №3-№4 «Решение системы линейных уравнений методом Крамера и методом Гаусса»

Цель: Сформировать навыки решения систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными, методом Крамера и методом Гаусса
Время выполнения:180 минут

ВАРИАНТ №1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (далее СЛАУ) методом Крамера, и сделать проверку методом Гаусса.

а) $\begin{cases} 10x + 5y = -20 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x + 7y = 32 \\ -4x + 9y = 32 \end{cases}$

2. Решить СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом.

а) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y = 2 \\ y + z = 3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 4 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 4x + y - 3z = -3 \\ 2x - y - 5z = -15 \end{cases}$

3. Какая матрица называется невырожденной вырожденной? Какие вы знаете методы решения СЛУ?

4. Решите СЛАУ методом Гаусса, и если система имеет множество решений, найдите одно частное решение и сделайте проверку

а) $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ -2x_1 - 5x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -11 \\ -3x_1 + x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$

ВАРИАНТ №2

1. Решить СЛАУ методом Крамера, и сделать проверку методом Гаусса.

а) $\begin{cases} 5x - 2y = 26 \\ 3x + 5y = -3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 8y = -7 \end{cases}$

2. Решить СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом

а) $\begin{cases} x + y = 1 - z \\ x - y = 3 \\ z = 2x \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 4 \\ z + x = 6 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -4x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 12 \\ -4x_1 - x_2 + 5x_3 = 22 \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 15 \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 = 15 \end{cases}$

3.. Охарактеризуйте принцип решения СЛАУ методом Гаусса

4. Решите СЛАУ методом Гаусса, и если система имеет множество решений, найдите одно частное решение и сделайте проверку

а) $\begin{cases} x - y = -2 \\ 5x + y = 12 \\ -2x - y = -5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -11 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13 \\ x_1 + 2x_2 - x_4 = -2 \end{cases}$

ВАРИАНТ №3

1. Решить СЛАУ методом Крамера, и сделать проверку методом Гаусса

а) $\begin{cases} 5x - 4y = 18 \\ -2x + 6y = 6 \end{cases}$ б) $\begin{cases} y - 3x = 6 \\ 2y + 6x = -16 \end{cases}$

2. Решить СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом

а) $\begin{cases} x - 3y + 2z = -11 \\ x + z = -4 \\ -x + y - 7z = 29 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y + z = -2 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 2y + 6z = -1 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -6 \\ x_1 + 4x_3 = 12 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$ г) $\begin{cases} -2x + y - 4z = -8 \\ 4x - y - z = 5 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$

3. Охарактеризуйте в общем виде суть решения СЛАУ методом Крамера

4. Решите СЛАУ методом Гаусса, и если система имеет множество решений, найдите одно частное решение и сделайте проверку

а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 3 \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 + 3x_4 = 7 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 + x_2 - x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$

ВАРИАНТ 4

1. Решить СЛАУ методом Крамера, и сделать проверку методом Гаусса.

а) $\begin{cases} 4x - 8y = 32 \\ 9x + y = 15 \end{cases}$ б) $\begin{cases} y - x = -5 \\ 15y + 3x = -39 \end{cases}$

2. Решить СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом

а) $\begin{cases} x + 2y - z = -6 \\ z - x + y = 0 \\ y + z = -1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ x + y - z = -1 \\ x - 3y + z = 3 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x_1 + x_3 = 4 \\ -3x_2 + 7x_3 = 22 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + 2y + x = 9 \\ x + y - 4z = -4 \\ -x - y - z = -6 \end{cases}$

3. Перечислите этапы решения СЛАУ методом Гаусса,в каких случаях по матрице можно судить, что система решений не имеет.

4. Решите СЛАУ методом Гаусса, и если система имеет множество решений, найдите одно частное решение и сделайте проверку

а) $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = -7 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 - x_4 = 8 \\ -2x_1 - 8x_2 + 3x_3 + x_4 = -12 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 3 \end{cases}$

ВАРИАНТ №5

1. Решить СЛАУ методом Крамера, и сделать проверку методом Гаусса.

а) $\begin{cases} -y - x = -3 \\ 4x - 5y = -6 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ y - x = -2 \end{cases}$

2. Решить СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом

а) $\begin{cases} x+y=-2-3z \\ x+y=1 \\ -z=2x-1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x+y+z=6 \\ -y+z=1 \\ z+2x=9 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x_1+3x_2-x_3=4 \\ x_1+2x_2+x_3=6 \\ -2x_1-x_2+x_3=-3 \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1-x_3=2 \\ -2x_1+x_2+5x_3=-4 \\ -x_2+6x_3=-9 \end{cases}$

3.. Охарактеризуйте принципы решения СЛАУ матричным методом

4. Решите СЛАУ методом Гаусса, и если система имеет множество решений, найдите одно частное решение и сделайте проверку

а) $\begin{cases} x-y=1 \\ 4x+y=-2 \\ -2x-y=3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1-x_2-3x_3+2x_4=-1 \\ -x_1-x_2+4x_3=-5 \\ x_1+2x_2-x_4=4 \end{cases}$

ВАРИАНТ 6

1. Решить СЛАУ методом Крамера, и сделать проверку методом Гаусса.

а) $\begin{cases} y-x=-3 \\ 2x+y=12 \end{cases}$ б) $\begin{cases} y-x=-2 \\ 5y-2x=8 \end{cases}$

2. Решить СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом

а) $\begin{cases} x+y-z=0 \\ z+2x+y=2 \\ x+z=-1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x+y+z=2 \\ y-z=-1 \\ x+z=2 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x_1+x_3=4 \\ -3x_2-4x_3=-4 \\ x_1+x_2+x_3=3 \end{cases}$ г) $\begin{cases} x-3y+z=-6 \\ x-y-4z=-7 \\ x-y+z=-2 \end{cases}$

3. Какая система линейных уравнений называется совместной и несовместной, определенной и неопределенной, однородной и неоднородной.

4. Решите СЛАУ методом Гаусса, и если система имеет множество решений, найдите одно частное решение и сделайте проверку

а) $\begin{cases} -4x_1-5x_2-2x_3+x_4=-7 \\ 2x_1-8x_2-3x_3-x_4=1 \\ x_1+x_2-x_3+x_4=2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1+x_3-x_4=0 \\ x_1-2x_2+x_3=-1 \\ x_1+2x_2+x_4=3 \end{cases}$

Приложение 3

Практические работы к разделу №2 «Элементы аналитической геометрии»

Практическая работа №5 «Операции над векторами»

Цель**:** Освоить основные действия над векторами на плоскости и в пространстве.
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Построить в пространстве три точки заданные координатами:
А (1; -5; 6); В (0; 7; -2); С (0;-8; 4), и найти модули векторов АВ, ВС, АС, а также координаты середины отрезков АВ, ВС, АС.

2. Для пары данных векторов $\vec{a}(0;\ 4;\ 9;)$; $\vec{b}\ (6;\ 2;\ 1;)$ найти
а) скалярное произведение векторов
б) $\cos\varphi$ угла между векторами
с) определить вид угла

3. Дан треугольник АВС с вершинами в точках А(2;0;5) В(3;4;0) С(2;4;0). Докажите, что треугольник прямоугольный и укажите его гипотенузу.

4. Найти модуль вектора
$\vec{c}=(2\ \vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}\ )\vec{a}\vec{b}$, если $\vec{a}(1;\ 2;\ 3)$ $\vec{b}\ (-3;\ 0;\ 2)$

5. Перечислить свойства скалярного произведения векторов в пространстве.

ВАРИАНТ №2

1. Построить в пространстве три точки заданные координатами:
А (-4; -1; 0); В (-1; 0; 2) ;С (-5; 5; 2) и найти модули векторов АВ, ВС, АС, а также координаты середины отрезков АВ, ВС, АС.

2. Для пары данных векторов $\vec{a}\ (1;\ -5;\ 0)$; $\vec{b}\ (-5;\ 1;\ 0)$ найти:
а) скалярное произведение векторов
б) $\cos\varphi$ угла между векторами
с) определить вид угла

3. Дан треугольник АВС с вершинами в точках А(7;3;-2) В(1;3;6) С(0;0;-1). Докажите, что треугольник равнобедренный и укажите его основание.

4. Найти модуль вектора
$\vec{m}=0{,}25\vec{a}\vec{b}\ (-4\vec{a}+\vec{b})$ если $\vec{a}$ (1; 3; 2) $\vec{b}$ (-2; 10; -1)
5.Перечислить действия над векторами в пространстве и записать необходимые формулы

ВАРИАНТ №3

1. Построить в пространстве три точки заданные координатами:
А (-7; 0; 9) B (3; 0; 4) C (3; -5; 6) и найти модули векторов AB, BC, AC, а также координаты середины отрезков AB, BC, AC.

2. Для пары данных векторов $\vec{a}$ (-2; 1; 7) $\vec{b}$ (3; 4; 5) найти:
а) скалярное произведение векторов
б) $\cos\varphi$ угла между векторами
с) определить вид угла

3.Точка С является серединой отрезка АВ, причем точка А лежит в плоскости yz, а точка В на оси x, найдите координаты концов отрезка и его длину, если С(2;6;3)

4. Найти модуль вектора
$\vec{n}=\frac{1}{5}(\vec{a}-3\vec{b})\vec{a}\vec{b}$,если $\vec{a}$ (1; 2; 3) $\vec{b}$ (-2; -4; -6)
5. Перечислите действия над векторами заданными своими координатами. на плоскости.

ВАРИАНТ №4

1. Построить в пространстве три точки заданные координатами:
А (0; 2; -4) B (-3; -8; 1,5) C (-2; 0; -5) и найти модули векторов AB, BC, AC, а также координаты середины отрезков AB, BC, AC.
2. Для пары данных векторов $\vec{a}$ (-1; 3; 8) $\vec{b}$ (0; 1,5; -4)
найти:
а) скалярное произведение векторов
б) $\cos\varphi$ угла между векторами
с) определить вид угла

3. Точка С является серединой отрезка АВ, причем точка А лежит на оси z, а точка В в плоскости xy, найдите координаты концов отрезка и его длину, если С(3;2;6)

4.Найти модуль вектора
$\vec{\kappa}$=-2 ($\vec{a}^{\,2}\vec{b}$)-($\vec{a}\,\vec{b}^{\,2}$), если $\vec{a}$ (-6; -2; 1) $\vec{b}$ (-5;9; 6)
5.Что такое модуль вектора, какие векторы называются сонаправленными? Чем отличается система координат на плоскости от системы координат в пространстве?

ВАРИАНТ №5

1. Построить в пространстве три точки заданные координатами:
A (-1; -2; 3)   B (6; -4; -6)   C (-1; -$\frac{1}{2}$; 3) и найти модули векторов AB, BC, AC, а также координаты середины отрезков AB, BC, AC.
2. Для пары данных векторов $\vec{a}$ (-11;7; 6) $\vec{b}$ (1; -2; 0)
найти:
а) скалярное произведение векторов
б) $\cos\varphi$ угла между векторами
с) определить вид угла

3. Дан треугольник ABC с вершинами A(4;0;-2), B(-16;8;-18), C(2;-4;-6)
Найдите координаты точки D, если ABCD параллелограмм
4. Найти модуль вектора $\overline{m} = (5\overline{a}^2 - 6\vec{b}^2) * \frac{4}{5}\vec{a}$
если $\vec{a}$ (6; 7; -8) $\vec{b}$ (1; -1; -4)
5. Как найти сумму и разность двух векторов по правилу треугольника. Изобразите графически умножение вектора на число.

ВАРИАНТ №6

1. Построить в пространстве три точки заданные координатами:
A (0; -3; 2)   B (4; 1; 0)   C (3;6; -4) и найти модули векторов AB, BC, AC, а также координаты середины отрезков AB, BC, AC.
2. Для пары данных векторов $\vec{a}$ (-3;6;-7) $\vec{b}$ (2; -1; 5)
найти:
а) скалярное произведение векторов
б) $\cos\varphi$ угла между векторами
с) определить вид угла
3. Дан треугольник ABC с вершинами A(3;5;0), B(3;1;0), C(0;-6;0)
Найдите координаты точки D, если ABCD параллелограмм

4. Найти модуль вектора $\overline{z} = (8\overline{a} + 3\vec{b})(\vec{a}^2 - \vec{b}^2)$
если $\vec{a}$ (1; -3; -8) $\vec{b}$ (1; 6; -2)
5.Какие вектора называются компланарными, коллинеарными, приведите примеры, изобразите графически.

Практическая работа №6 «Составление уравнения прямой»

Цель: научиться составлять уравнение прямой заданной различными способами на плоскости и в пространстве,
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки: A(1;4;7) и B(-1,5,-6). Выяснить принадлежат ли точки C(3,1,4), P(2;8;-3) данной прямой?

2. Найти угол между осью абсцисс и прямой, заданной двумя точками: E(4;-3) и F(5;-6).

3. Треугольник ABC задан координатами своих вершин: A(-3;4), B(-9;6), C(-9;-5). Составить уравнение средней линии треугольника, параллельной стороне AC, и построить этот треугольник.

4. Составить общие уравнения прямых: $\frac{x-2}{11}=\frac{y+5}{7}$ и $\frac{x+2}{4}=\frac{y-4}{-1}$. и определить их угловые коэффициенты

5. Перечислите способы задания прямой на плоскости.

ВАРИАНТ №2

1. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки: M(0;5;3) и D(-1;4;6). Определить, принадлежат ли точки A(7;1;2) и C(-4;1;15) данной прямой?

2. Вычислить тангенс угла наклона прямой к оси OX, заданной двумя точками: K(3;-4), L(-7,2).

3. Вершины треугольника имеют координаты A (7;2;-6), B (11;-3;5) C (-3;4;-2). Составить уравнение медианы треугольника, проведенной из вершины B.

4. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку A(-7;-4;5) а) параллельной вектору $\vec{s}$(2;-6;9), б) перпендикулярной нормальному вектору $\vec{n}$(2;-6;9),

5 Перечислите способы задания прямой в пространстве.

ВАРИАНТ №3

1.Вычислить угол наклона прямой заданной двумя точками: A(1;-8), B(7;3).к оси абсцисс

2. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки: E(-3;7;1), F(-6;5;2). Выяснить принадлежит ли точка T(2;2;0) данной прямой?

3.Вершины треугольника имеют координаты A(2;6), B(-6;0), C(6,1). Составить уравнение средней линии треугольника, проведенной из вершины A и уравнение стороны BC.

4. Составить общие уравнения прямых $\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-6}$ и $\frac{x-4}{1}=\frac{y+5}{2}$. и определить, угловые коэффициенты

5. Запишите общее уравнение прямой в пространстве. и формулу для вычисления углового коэффициента

ВАРИАНТ №4

1. Найти угол наклона прямой, заданной двумя точками C(4;1), D(-5;2). к оси OX
абсцисс.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки: К(9;-2), L(-3;-5). Определите проходит ли данная прямая через точки M(1;6) и A(5;-2).

3. Точки A(4;3;7), B(2;-1;5), C(-2;-6;11) являются тремя вершинами параллелограмма. Составить уравнения диагоналей параллелограмма.

4. Составить уравнение прямой в отрезках, проходящей через точки A(2;0) B (0;4) и параллельно вектору $\vec{n}$(-3;1)

5. Запишите канонические уравнения прямой на плоскости и в пространстве и приведите примеры.

ВАРИАНТ №5

1. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки:
К(-1;3;9) и P(0;6;-3). Определите принадлежат ли точки C(0;6;2), A(2;-6;4) данной прямой?

2. Вычислите тангенс угла наклона прямой, заданной двумя точками: E(4;-3) и F(5;-6) к оси абсцисс

3. Треугольник ABC задан координатами своих вершин: A(-3;4), B(2;6), C(5;0). Составить уравнение средней линии треугольника, параллельной стороне BC, и построить данный треугольник

4. Составить общее уравнения прямых $\frac{x-2}{11}=\frac{y+5}{7}$ и $\frac{x+2}{4}=\frac{y-4}{-1}$. и определить их угловые коэффициенты.

5. Объясните, как найти расстояние между прямыми и угол между прямыми в пространстве (постройте рисунки и запишите соответствующие формулы)

ВАРИАНТ №6

1. Составить уравнение прямой, проходящей через 2 точки: A(1;4;7) и B(1,5,-6). Выяснить принадлежат ли точки C(3,1,4), P(2;8;-3) данной прямой?

2. Найти тангенс угла между осью абсцисс и прямой, заданной двумя точками E(6;-3) и F(2,5;-6), построить данную прямую и указать искомый угол:

3. Треугольник ABC задан координатами своих вершин: A(1;4), B(-3;-4), C(5;1). Составить общие уравнения прямых содержащих стороны треугольника.

4. Прямые заданы уравнениями $\frac{x-2}{11}=\frac{y+5}{7}$ и $\frac{x+2}{4}=\frac{y-4}{-1}$ Определить, их угловые коэффициенты.

5. Перечислите способы задания прямых на плоскости, и запишите соответствующие формулы.

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №7 «Составление уравнений кривых второго порядка»

Цель: научиться составлять уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Окружность задана в общем виде $x^2+y^2-6x+2y-24=0$, привести уравнение окружности к каноническому виду, определить центр и радиус. Построить данную окружность
2. По данному уравнению эллипса $4x^2+9y^2=180$
   Определить:
   а) длину осей, координаты вершин
   с) эксцентриситет эллипса
   д) координаты фокусов
   е) построить данный эллипс
3. Написать уравнение гиперболы, если её фокусы находятся в точках $F_1(-4;0)$ $F_2(4;0)$, а длина действительной оси равна 6.
4. Установить, что уравнение $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$ определяет эллипс
5. Что такое парабола? Свойства параболы.

ВАРИАНТ №2

1. Составить уравнение окружности, касающейся оси Ох в начале координат и проходящей через точку А(0; 10), построить данную окружность, и привести каноническое уравнение к общему виду.
2. По данному уравнению гиперболы $24x^2-25y^2=600$ определить:
   а) длину осей, координаты вершин
   б) эксцентриситет
   в) уравнение асимптот
   г) построить данную гиперболу

3. Написать уравнение двух парабол с вершиной в начале координат, зная, что координаты их фокусов равны.
   а) F(3;0);
   б) F(0;-5)

4. Установить, что уравнение $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$ определяет гиперболу

5. Какую кривую второго порядка мы назовём эллипсом? Перечислите свойства эллипса.

ВАРИАНТ №3

1. Окружность задана в общем виде $x^2+y^2+10x-12y+25=0$, привести уравнение окружности к каноническому виду, определить центр и радиус. Построить окружность.
2. По данному уравнению параболы $y^2=2x$ и $x^2=-10y$
   а) координаты фокусов данных парабол
   б) проверить принадлежат ли точки R(-2;2), K(1;-2), N(1;2) уравнению первой и второй параболы
   г) написать уравнение директрис двух парабол
   д) построить обе параболы
3. Дана гипербола $25x^2 - 9y^2 = 225$. Найти её оси и расстояние между фокусами.
4. Установить, что уравнение $9x^2-16y^2-18x-32y-151=0$ определяет гиперболу
5. Какую кривую второго порядка мы назовём гиперболой? Перечислите её свойства.

ВАРИАНТ №4

1. Окружность задана в общем виде $x^2+y^2-2x-y-3{,}75=0$, привести уравнение окружности к каноническому виду, определить центр и радиус. Построить окружность.
2. Уравнения асимптот гиперболы $y = x/2$ и $y = -x/2$, а расстояние между фокусами $2c = 10$. Найти уравнение гиперболы.
3. Эллипс задан уравнением: $12x^2 + 36y^2 = 432$. Определить:
   а) длину осей, координаты вершин
   б) эксцентриситет эллипса
   в) координаты фокусов
   г) построить данный эллипс
4. Установить, что уравнение $x=-2y^2+12y-14$ определяет параболу
5. Запишите общее уравнение кривой 2-го порядка и канонические уравнения всех известных вам кривых.

ВАРИАНТ №5

1. Окружность задана в общем виде $x^2+y^2-6x-10y+25=0$, привести уравнение окружности к каноническому виду, определить центр и радиус. Построить окружность.
2. Составить каноническое уравнение параболы и уравнение ее директрисы, если известно, что вершина параболы лежит в начале координат, а фокус имеет координаты (0;-3).
3. Гипербола задана уравнением: $50x^2 - 125y^2 = 125$ Определить:
   а) длину осей

б) координаты вершин

в) эксцентриситет гиперболы

г) координаты фокусов

д) построить данную гиперболу

4. Установить, что уравнение: $9x^2+25y^2-18x+50y-191=0$ определяет эллипс

5. Запишите общее уравнение кривой 2-го порядка и канонические уравнения всех известных вам кривых.

ВАРИАНТ №6

1.Составить общее уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (-6; 3), r=2

2. Найти координаты фокуса и написать уравнение директрисы для параболы

$$y^2 = -12x$$

3. Эллипс задан уравнением: $4x^2+ y^2 =36$. Определить:

а) длину осей

б) координаты вершин

в) эксцентриситет эллипса

г) координаты фокусов

д) построить данный эллипс

4. Установить, что уравнение $x = 2y^2 - 12y + 14$ определяет параболу

5. Что такое эксцентриситет? Какие значения эта величина может принимать у эллипса, окружности, гиперболы, параболы?

Приложение 4

Практические работы к разделу №4 «Основы теории комплексных чисел»

Практическая работа №8 «Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах»

Цель: Освоить и закрепить на практических примерах действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Даны 2 комплексных числа, изобразить их векторами на координатной плоскости и найти их сумму, разность, произведение и частное.

$$z_1 = -4 + 2i \qquad z_2 = 3 - 2i$$

2. Комплексные числа заданы в алгебраической форме

а) z=-2i б) z=-$\sqrt{3} + \sqrt{3}i$

представить их в тригонометрической форме и изобразить точками на координатной плоскости.

3. Число, заданное в тригонометрической форме представить в показательной и перевести в алгебраическую форму.

$$z = 16(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$$

ВАРИАНТ №2

1. Даны 2 комплексных числа изобразить их векторами на координатной плоскости и найти их сумму и частное.

$$z_1 = -i + 2 \qquad z_2 = -3 + 2i$$

2. Комплексные числа заданы в алгебраической форме:

а) z=4 б) z=-$\sqrt{2} + 2i$

представить их в тригонометрической форме и изобразить на координатной плоскости вектором.

3. Комплексные числа заданы в тригонометрической форме, представить его в показательной форме и перевести в алгебраическую форму.

$$z=5(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$$

ВАРИАНТ №3

1. Даны 2 комплексных числа, изобразить их векторами на координатной плоскости и найти их сумму, разность, произведение и частное

$$z_1 = 4i - 7 \qquad z_2 = 2i + 1$$

2. Комплексные числа заданы в алгебраической форме:

а) z=i б) z=$\sqrt{2} + i$

представить их в тригонометрической форме и изобразить на координатной плоскости точкой.

3. Комплексные числа заданы в тригонометрической форме, представить его в показательной форме и перевести в алгебраическую форму.

$$z= 10\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$$

ВАРИАНТ№4

1. Даны 2 комплексных числа изобразить их векторами на координатной плоскости и найти их сумму, разность, произведение и частные

$$z_1 = 5 + i \qquad z_2 = -2 - i$$

2. Комплексные числа заданы в алгебраической форме:

а) z=$-i$ б) z=-6+i

представить их в тригонометрической форме и изобразить точками на координатной плоскости.

3. Комплексные числа заданы в тригонометрической форме, представить его в показательной форме и перевести в алгебраическую форму.

$$Z=\sqrt{5}(\cos\pi + i\sin\pi)$$

ВАРИАНТ №5

1. Даны 2 комплексных числа изобразить их векторами на координатной плоскости и найти их сумму, разность, произведение и частное

$$z_1 = i \qquad z_2 = -3 + 5i$$

2. Комплексные числа заданы в алгебраической форме:

а)z= $-\sqrt{5}i$ *б) z=i-1.5*

представить их в тригонометрической форме, и изобразить векторами на координатной плоскости.

3. Комплексные числа заданы в тригонометрической форме, представить его в показательной форме и перевести в алгебраическую форму.

$$z=\sqrt{7}(\cos(-\frac{3\pi}{2})+i\sin(-\frac{3\pi}{2}))$$

ВАРИАНТ №6

1. Даны 2 комплексных числа изобразить их векторами на координатной плоскости и найти их сумму, разность, произведение и частное

$$z_1 = i - 7 \qquad z_2 = -1.5 + 5i$$

2. Комплексные числа заданы в алгебраической форме:

а) $z= - 1 - i$ *б)* $z=i+1.5$

представить их в тригонометрической форме, и изобразить векторами на координатной плоскости.

3. Комплексные числа заданы в тригонометрической форме, представить его в показательной форме и перевести в алгебраическую форму.

$$z=30(\cos(\frac{3\pi}{2})+i\sin(\frac{3\pi}{2}))$$

Практическая работа №9 «Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной форме "

Цель: Освоить и закрепить на практических примерах действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Комплексное число задано в алгебраической форме $z = -4 + \sqrt{3}i$

   а) Найти модуль комплексного числа, и записать его мнимую часть
   б) найти значение выражения $z^2 - 5i$
   в) перевести комплексное число z в показательную форму

2. Перечислите действия над комплексными числами в алгебраической форме и показательной форме (формулы)

3. Выполнить действия над комплексными числами в тригонометрической форме

$$z_1 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\ \sin\frac{\pi}{6}\right) \quad z_2 = \sqrt{5}(\cos\frac{\pi}{7} + i\ \sin\frac{\pi}{7})$$

ВАРИАНТ №2

1. Комплексное число задано в алгебраической форме $z = -2 - \sqrt{3}i$

   а) найти модуль комплексного числа, записать его действительную часть
   б) найти значение выражения $(z-1)^2 + 6i$
   в) перевести комплексное число z в показательную форму

2. Запишите алгоритм перехода из алгебраической в тригонометрическую форму

3. Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме

$$z_1 = 10\,e^{\frac{\pi}{4}i} \qquad z_2 = -3\,e^{\frac{\pi}{2}i}$$

ВАРИАНТ №3

1. Комплексное число задано в алгебраической форме $z = -2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

   а) найти модуль комплексного числа, записать мнимую и действительную часть комплексного числа
   б) найти значение выражения $z^2 + z - 6i$
   в) перевести число z к показательной форме

2. Какие числа называются комплексными. Перечислите способы задания комплексных чисел на координатной плоскости

3. Выполнить действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме

$$z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\,\sin\frac{\pi}{4}\right) \qquad z_2 = \frac{4}{\sqrt{5}}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

ВАРИАНТ №4

1. Комплексное число задано в алгебраической форме $z = -4{,}5 + \sqrt{3}i$

   а) найти модуль комплексного числа, записать его действительную часть

   б) найти значение выражения $(z+1)^2 + z - 8i$
   в) перевести комплексное число z в показательную форму

2. Запишите формулы возведения в степень комплексных чисел представленных в алгебраической форме приведите примеры (не менее двух)

3. Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме

$$z_1 = 7\, e^{\frac{\pi}{3}i} \qquad z_2 = -9e^{\frac{\pi}{2}i}$$

ВАРИАНТ №5

1. Комплексное число задано в алгебраической форме $z = 3 - 7i$

а) найти модуль комплексного числа, записать мнимую и действительную часть комплексного числа
б) найти значение выражения $z^2 + 2z + 3i$
в) перевести число z к показательной форме

2. Перечислите действия над числами заданными в показательной форме

3. Выполнить действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме

$$z_1 = \frac{\sqrt{5}}{2}\left(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\ \sin(-\frac{\pi}{6})\right) \qquad z_2 = \frac{8}{\sqrt{125}}(\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3})$$

ВАРИАНТ №6

1. Комплексное число задано в алгебраической форме $z = -4{,}5 + \sqrt{3}i$

а) найти модуль комплексного числа, записать его действительную часть
б) найти значение выражения $(z+1)^2 + z - 8i$
в) перевести комплексное число z в показательную форму

2. Дайте определение следующим понятиям: модуль комплексного числа и аргумент комплексного числа. Приведите примеры (запишите любые два комплексных числа в тригонометрической и показательной форме и укажите модуль и аргумент)

3. Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме

$$z_1 = -8\,e^{\frac{\pi}{8}i}$$

$$z_2 = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$$

Приложение 5

Практические работы к разделу №5 «Основы математического анализа»

Практическая работа №10 «Вычисление простых пределов»

Цель: Освоить вычисление простых пределов, используя понятия о пределе бесконечно малой и бесконечно большой последовательности (функции)
Время выполнения 45 минут

ВАРИАНТ №1

Задание: Вычислить пределы функции в точке и на бесконечности

1. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{-x^2+4x+5}{x^2-3x-10}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x-4}{3x^2-5\sqrt{x}+10}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-x}{x^2+4x}$

4. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x^2-3x-10}$

5. $\lim\limits_{a\to 9}\dfrac{\sqrt{a}-3}{81-a^2}$

6. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2-7x+12}$

7. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{x-10}{x^2-20x+100}$

8. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+2x-15}{x^2-2x-3}$

ВАРИАНТ №2

Задание: Вычислить пределы функции в точке и на бесконечности

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+1}{5x-6x^2+9}$

2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x-x^2+4}{x^2-9x+20}$

3. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^3+4x-6}{2x^2-6x^3+1}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+5x+4}{x^2+6x+5}$

5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-5}{\left(\sqrt{x^2-9}-4\right)}$

6. $\lim\limits_{a\to -2}\dfrac{8+a^3}{a+2}$

7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{64-x^3}{16-x^2}$

8. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

ВАРИАНТ №3

Задание: Вычислить пределы функции в точке и на бесконечности

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1-n)^3+(2+n)^3}{3n^2-6}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-3x}{x+2x^2}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-8x+4}{3-10x^6+2x^3}$

4. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{7-x}{\left(-6+\sqrt{x^2-13}\right)}$

5. $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt{5}(x-16)}{\sqrt{x}-4}$

6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-6x+8}$

7. $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2-36}{x^2+6}$

8. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+2x}{x^2+2x+1}$

ВАРИАНТ №4

Задание: Вычислить пределы функции в точке и на бесконечности

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-5x+6}{3x^2-4x^4+7}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5-6x^{10}}{8x-3x^{11}+4}$

3. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{10-x}{x^2-12x+10}$

4. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{4x-28}{\left(\sqrt{x+9}-4\right)}$

5. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{10}}{x-10}$

6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{8-x^3}{x^2-5x+6}$

7. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{-x^2+4x+12}{-x^2+9x-18}$

8. $\lim\limits_{x\to 36}\dfrac{\sqrt{x}-6}{36-x}$

ВАРИАНТ №5

Задание: Вычислить пределы функции в точке и на бесконечности

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{5x-x^2+14}$

2. $\lim\limits_{x\to 11}\dfrac{x-11}{6-\sqrt{3x+4}}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-8x+4}{3-10x^6+2x^3}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{-2x-2}{\left(\sqrt{8x+9}+x\right)}$

5. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x-2}{x^2-6x+9}$

6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+2x}{x^2+2x+1}$

7. $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2-36}{x+6}$

8. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+2x}{x^2+2x+1}$

ВАРИАНТ №6

Задание: Вычислить пределы функции в точке и на бесконечности

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)^3-(x^3+216)}{3x^2-4x^4+7}$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^2-8x+7}$

3. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{10-x}{x^2-12x+20}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\left(\sqrt{x+14}-4\right)}$

5. $\lim\limits_{x\to 30}\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{30})\sqrt[3]{4}}{x-30}$

6. $\lim\limits_{x\to 63}\dfrac{-x+63}{8-\sqrt{x+1}}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{-x^2+x+6}$

8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{8-x^3}{x^2-5x+6}$

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №11 «Вычисление пределов с помощью замечательных»

Цель: Научиться вычислять пределы, используя понятие первого и второго замечательного предела
Время выполнения 45 минут

ВАРИАНТ №1

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x}$
2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{\sin 5x}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{10\,x}$;
4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 7x}$;
5. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}(1-4x)^{\frac{1}{x}}$;
7. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{2}{x}}$;
8. $\lim\limits_{x\to 0}(1-7x)^{\frac{1}{x}}$;

ВАРИАНТ №2

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 8x}{x}$;
2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{4-tg\,x}-2}{tg\,x}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sin 7x}$;
4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg\,x}{\sqrt{tg\,x+9}-3}$;
5. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{3}{x}}$;
6. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\frac{x}{x+2}\right)^{\frac{x}{3}}$;
7. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1-\frac{9}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$;
8. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\frac{x}{x-8}\right)^{\frac{x}{4}}$;

ВАРИАНТ №3

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 6x}$;
2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x+\sin 9x}{x}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{10x}$;
4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg\,3x}{x}$;
5. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\frac{2x}{2x+3}\right)^{-x}$;
6. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\frac{4x}{5}\right)^{\frac{2}{x}}$;
7. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x}$;
8. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\frac{5x}{6}\right)^{\frac{3}{x}}$;

ВАРИАНТ №4

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin^2 2x}{x^2}$;
2. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{sin(x-2)}{x^2-4}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2}{sin^3 2x}$;
4. $\lim\limits_{x\to 4} \frac{sin(x-4)}{x^2-16}$;
5. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{x+5x^2}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$;
6. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{7x}$;
7. $\lim\limits_{x\to 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$;
8. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\frac{x}{x-1}\right)^{4x}$;

ВАРИАНТ №5

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{9x}{sin\ 18x}$;
2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin\ 6x+sin\ 3x}{x}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin\ 3x}{11x}$;
4. $\lim\limits_{x\to 0} 4xctgx$;
5. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x}$;
6. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\frac{x}{x-4}\right)^{3x}$;
7. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1+\frac{-2}{x}\right)^{x}$;
8. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+\frac{x}{6}\right)^{\frac{3}{x}}$;

ВАРИАНТ №6

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin^3 2x}{6x^3}$;
2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{3}}{2x^2}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{4}}{5x^2}$;
4. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tg4x}{5x}$
5. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\frac{x+5}{x}\right)^{2x}$;
6. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{5}{5-2x}\right)^{\frac{1}{x}}$;
7. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1+\frac{1}{5x}\right)^{2x}$;
8. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1-\frac{x}{2}\right)^{\frac{3}{x}}$.

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №12 «Вычисление простых производных»

Цель: Сформировать умения применять правила дифференцирования функций на конкретных практических примерах и задачах
Время выполнения:135 минут

ВАРИАНТ 1

1. Найдите производные следующих функций, используя правила дифференцирования и таблицу производных

1) $y = \sin x + 2\ln x + 6x$ 2) $y = x^7 8^x$ 3) $y = \frac{3\sin x}{4x}$

4) $y = \frac{4x}{arctgx} - 2x$ 5) $y = -3e^x + \log_5 x$ 6) $y = \frac{\sqrt[5]{6x^9}}{6^x}$

2. Найдите производную функции в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$

a) $y = 4\sin x \cos x + tgx$

Найдите производную функции в точке $x_0 = 1$

b) $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{\sqrt{x}}$

3. Найдите производную функции $y = x^3 - 6x^2 + x - 1$ в точке x_0=3, используя определение производной

4. Найдите производную функции $y = \frac{(x-3)^2}{x}$ используя определение производной

ВАРИАНТ 2

1. Найдите производные следующих функций, используя правила дифференцирования и таблицу производных

1) $y = -ctgx + 4\ln x - \frac{5}{x^3}$ 2) $y = (x+1)\arcsin x$ 3) $y = \frac{4\sin x}{x^3}$

4) $y = \frac{x}{ctgx} + 2\sqrt[3]{x}$ 5) $y = -3e^x + 5\sin x$ 6) $y = \frac{\sqrt{6x^3}}{e^x}$

2. Найдите производную функции в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$

a) $y = 4\sin x \sin x + \frac{1}{tgx}$

Найдите производную функции в точке $x_0 = 1$

b) $y = \frac{x^2 - 3\sqrt{x} - 4}{\sqrt{2x}}$

3. Найдите производную функции $y = 3x^2 + 6x + 1$ в точке x_0=-2, используя определение производной

4. Найдите производную функции $y = \frac{\sin x}{x}$ используя определение производной

ВАРИАНТ 3

1. Найдите производные следующих функций, используя правила дифференцирования и таблицу производных

1) $y = -\sqrt{x} + x \cdot 6^x - \frac{5}{x^3}$ 2) $y = (6 - x)\arccos x$ 3) $y = \frac{\cos x}{\log_3 x}$

4) $y = \frac{1}{x} + 5tgx$ 5) $y = 5\sqrt{x^9}\cos x$ 6) $y = \frac{\sqrt[8]{8x}}{\log_7 x}$

2.Найдите производную функции в точке $x = \frac{\pi}{4}$

a) $y = \frac{\sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}}$

Найдите производную функции в точке x=2

b) $y = (1 - x)^3 + x^2$

3. Найдите производную функции $y = -(x - 2)^2 + 4$ в точке x_0=-3, используя определение производной

4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{\cos 2x}{x}$ используя определение производной

ВАРИАНТ 4

1. Найдите производные следующих функций, используя правила дифференцирования и таблицу производных

1) $y = 4x^2 + \sin x - \sqrt{x}$ 2) $y = x^5 \cos x$ 3) $y = \frac{6^x}{\log_3 x}$

4) $y = \frac{1}{x^3} + 4ctgx$ 5) $y = 5(\cos x - 1)^2$ 6) $y = \frac{x^3}{\ln x}$

2.Найдите производную функции в точке $x = \frac{\pi}{2}$

a) $y = \frac{ctgx}{\cos x + \sqrt{3}}$

Найдите производную функции в точке x=3

b) $y = -\frac{2}{(1-x)^2}$

3. Найдите производную функции $y = -(5-x)^2$ в точке x_0=4, используя определение производной

4. Найдите производную функции $f(x) = x^3 \ln x$ используя определение производной

ВАРИАНТ 5

1. Найдите производные следующих функций, используя правила дифференцирования и таблицу производных

1) $y = \sqrt{x} + \sin x - \frac{1}{4x}$ 2) $y = \cos x \ln x$ 3) $y = \frac{-3x^2}{\log_5 x}$

4) $y = \frac{1}{2x} - 5arctgx$ 5) $y = \sqrt{x^3}\,6^x$ 6) $y = \frac{x^3}{\lg x}$

2.Найдите производную функции в точке $x = \pi$

a) $y = \frac{\sin(x + \frac{\pi}{2})}{\cos x + 1}$

Найдите производную функции в точке $x = -1$

b) $y = \frac{3-x}{x^2}$

3. Найдите производную функции $y = -(6-x)^2 + 3x$ в точке x_0=2, используя определение производной

4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}$ используя определение производной

ВАРИАНТ 6

1. Найдите производные следующих функций, используя правила дифференцирования и таблицу производных

1) $y = \sqrt[3]{x} + 2ctgx - \frac{1}{x}$ 2) $y = -\sin x \ln x$ 3) $y = -x \arcsin x$

4) $y = \frac{1}{x^3} + 7arctgx$ 5) $y = \sqrt{x^3} + 8^x$ 6) $y = \frac{x-5}{\ln x}$

2.Найдите производную функции в точке $x = \frac{\pi}{3}$

a) $y=\frac{2\sin x+3tgx}{\cos x}$

Найдите производную функции в точке $x=-1$

b) $y=\frac{-4-x}{x^3}$

3. Найдите производную функции $y=-3x^2-4x$ в точке x_0=3, используя определение производной

4. Найдите производную функции $f(x)=(1-2x)\sin x$ используя определение производной

Практическая работа №13«Вычисление производных сложных функций»

Цель: Освоить на конкретных примерах дифференцирование сложных функций
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ 1

Задание №1: Вычислить производные функций:

1. $y=\ln(\sin x^2)+7^{2x-1}$
2. $y=\left(x^4-x^2+1\right)^{10}$
3. $y=\frac{\sqrt{3x^4-x}}{x-1}$
4. $y=\frac{1-tg2x}{1+\cos 2x}$
5. $y=\lg\frac{10-x}{x+2}$

Задание №2: Найти дифференциалы функций:

1) $y=\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$ 2)y=sin(cos(ln6x))

ВАРИАНТ 2

Задание №1: Вычислить производные функций:

1. $y=\sqrt[3]{4x^3-7x^2+1}$
2. $y=\left(\sin^2 x+1\right)e^x$
3. $y=\sqrt[3]{x^2-1}\cdot\left(x^4-1\right)$
4. $y=\ln\sqrt{x^2-1}$
5. $y=e^{x^3-5x^2}$

Задание №2: Найти дифференциалы функций:

1) $y=x^4\left(8\ln^2 x-4\ln x+1\right)$ 2) y= $2\sin^3(\ln 5x)$

ВАРИАНТ 3

Задание №1: Вычислить производные функций:

1. $y=\sqrt[3]{\ln(1-x)^2}$
2. $y=(x+1)\sqrt[3]{\sin 2x}$
3. $y=tg2x-ctg2x$
4. $y=x^2\cos\dfrac{1}{x}$
5. $y=\sqrt{\ln x^4}+\sin 3x\cos x$

Задание №2: Найти дифференциалы функций:

1) $y=\sqrt[3]{x}\left(e^{3x}-5\right)$ 2) $y=\dfrac{\sin x^4+\ln^6(6x+2)}{\sqrt{7-x}}$

ВАРИАНТ 4

Задание №1: Вычислить производные функций:

1. $y=\cos^2 3x-\dfrac{\sqrt[6]{7x+8}}{\sin 9x^2}$
2. $y=\sin^2\ln\dfrac{x}{2}$
3. $y=tg(2\sin x^2)$
4. $y=5\sqrt{9x+5}+\dfrac{1}{3}tg^3x$
5. $y=\dfrac{2}{3}\left(x^3-\sqrt{\left(x^2-1\right)^3}\right)-x$

Задание №2: Найти дифференциалы функций:

1) $y=\sqrt[4]{1+e^{4x}}+\sqrt{5}$ 2) $y=\dfrac{e^x-e^{-4x}}{\ln\sin x}$

ВАРИАНТ 5

Задание №1: Вычислить производные функций:

1. $y=\dfrac{\ln(x^2-4)}{4x}$
2. $y=\dfrac{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}{x^3}$
3. $y=\dfrac{x+e^{-6x}}{\sqrt{x^2-2}}$
4. $y=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{x}$
5. $y=\left(x^3+1\right)\cos 2x$

Задание №2: Найти дифференциалы функций:

1) $y = \ln\sqrt[3]{\left(\frac{1-3x}{1+3x}\right)^2}$ 2)y= $\frac{4\sin 5x - 6x^5}{6^{x+3x}}$

ВАРИАНТ 6

Задание №1: Вычислить производные функций:

1. $y = \sin 2x tgx$
2. $y = x\sqrt[3]{3x^2+1}$
3. $y = \sqrt{x^2+3} + \frac{2x}{x+1}$
4. $y = \frac{\cos(x^2-2)}{x^2+2}$
5. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{1}{\sin 5x}$

Задание №2: Найти дифференциалы функций:

1) $y = \ln\frac{x(1+x^2)}{\sqrt{1-x^2}}$ 2) $y = \ln^5\cos 4\sqrt{x}$

Практическая работа №14 «Производные и дифференциалы высших порядков»

Цель: Освоить на практических примерах вычисление производных и дифференциалов порядка выше первого

Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ 1

Задание: Вычислить производные и дифференциалы функций y$^{/}$(x) и y$^{//}$(x)

1. $y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$
2. $y = \left(x^4 - x^2 + 1\right)^3$
3. $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x-1}$
4. $y = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}$
5. $y = \log\frac{10-x}{x+2}$

ВАРИАНТ 2

Задание: Вычислить производные и дифференциалы функций y$^{/}$(x) и y$^{//}$(x)

1. $y=\sqrt[3]{4x^3-7x^2+1}$
2. $y=(\sin x+1)e^x$
3. $y=(x^4-1)\cdot(x^2-1)$
4. $y=\ln\sqrt{x^2-1}$
5. $y=e^{x^3-5x^2}$

ВАРИАНТ 3

Задание: Вычислить производные и дифференциалы функций y$^{/}$(x) и y$^{//}$(x)

1. $y=x(1-x)^2$
2. $y=(x+1)x^2$
3. $y=tg2x-ctg2x$
4. $y=x^2\cos x$
5. $y=x+\sin x\cos x$

ВАРИАНТ 4

Задание: Вычислить производные и дифференциалы функций y$^{/}$(x) и y$^{//}$(x)

1. $y=\cos^2 3x$
2. $y=\sin^2\frac{x}{2}$
3. $y=tg\sin x$
4. $y=\frac{1}{3}tg^3x$
5. $y=\frac{2}{3}(x^2-1)^3-x$

ВАРИАНТ 5

Задание: Вычислить производные и дифференциалы функций y$^{/}$(x) и y$^{//}$(x)

1. $y=\frac{x^2+4}{4x}$
2. $y=\frac{1+x^2}{x^3}$
3. $y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$
4. $y=\frac{\sqrt{2-x^2}}{x}$
5. $y=(x^3+1)\cos 2x$

ВАРИАНТ 6

Задание: Вычислить производные и дифференциалы функций y$^{/}$(x) и y$^{//}$(x)

1. $y=\sin 2x tgx$
2. $y=x(3x^2+1)$
3. $y=\sqrt{x^2+3}+\frac{2x}{x+1}$
4. $y=\frac{x^2-2}{x^2+2}$
5. $y=\frac{x^5}{x+1}$

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №15 «Полное исследование функции. Построение графика»

Цель: научиться исследовать функцию для построения эскиза графика, используя понятие производной

Время выполнения:135 минут

ВАРИАНТ №1

Задание №1: Провести полное исследование функции $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$ и построить её график.

Задание №2: Найти интервалы возрастания и убывания и экстремумы функции $y=\sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$.

ВАРИАНТ №2

Задание №1: Провести полное исследование функции $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ и построить её график.

Задание №2: Найти интервалы возрастания и убывания и экстремумы функции $y=-\sqrt[3]{(x+3)(x^3+6x+6)}$.

ВАРИАНТ №3

Задание №1: Провести полное исследование функции $y=\dfrac{2}{x^2+2x}$ и построить её график.

Задание №2: Найти интервалы возрастания и убывания и экстремумы функции $y=\sqrt[3]{(x+2)(x^2+4x+1)}$.

ВАРИАНТ №4

Задание №1: Провести полное исследование функции $y=\dfrac{4x^2}{3+x^2}$ и построить её график.

Задание №2: Найти интервалы возрастания и убывания и экстремумы функции $y=\sqrt[3]{(x+1)(x^2+2x-2)}$.

ВАРИАНТ №5

Задание №1: Провести полное исследование функции $y=\dfrac{12x}{9+x^2}$ и построить её график.

Задание №2: Найти интервалы возрастания и убывания и экстремумы функции $y=\sqrt[3]{(x-1)(x^2-2x-2)}$.

ВАРИАНТ №6

Задание №1: Провести полное исследование функции $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ и построить её график.
Задание №2: Найти интервалы возрастания и убывания и экстремумы функции $y=\sqrt[3]{(x-3)(x^2-6x+6)}$.

Практическая работа №16-17 «Интегрирование функций с помощью таблицы и основных свойств, заменой переменной и по частям»

Цель: Освоить и закрепить на практических примерах основные методы интегрирования.

ВАРИАНТ №1

Задание №1: Найти интегралы, используя таблицу и основные свойства.

1. $\int\left(4\sqrt{x}+\cos x-\dfrac{5}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$
2. $\int\dfrac{5x}{x^2}dx$

Задание №2: Найти интегралы, используя подходящую подстановку.

1. $\int x\sqrt{1-x^2}\,dx$
2. $\int\dfrac{e^x dx}{e^{2x}+9}$
3. $\int\sqrt{4x^3+1}x^2dx$
4. $\int\dfrac{x dx}{x^2-4}$

Задание №3: Найти интеграл, используя интегрирование по частям.

$\int\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

ВАРИАНТ №2

Задание №1: Найти интегралы, используя таблицу и основные свойства.

1. $\int(e^x+6x-14x^{-5}+\dfrac{1}{x})dx$
2. $\int\dfrac{x^3+3x+1}{x}dx$

Задание №2: Найти интегралы, используя подходящую подстановку.

1. $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{x^6+7}}$
2. $\int \frac{x dx}{\left(x^2+1\right)^2}$
3. $\int \sqrt[5]{2x-5}dx$
4. $\int \sqrt{e^x-5}e^x dx$

Задание №3: Найти интеграл, используя интегрирование по частям.

$\int 3x^2 \ln x dx$

ВАРИАНТ №3

Задание №1: Найти интегралы, используя таблицу и основные свойства.

1. $\int \cos\frac{t}{2}dt$
2. $\int \frac{x^3+4x}{x}dx$

Задание №2: Найти интегралы, используя подходящую подстановку.

1. $\int \cos\left(x^2+1\right)x dx$
2. $\int \frac{(2x+3)dx}{\left(x^2+3x-1\right)^4}$
3. $\int \frac{x dx}{1+x^2}$
4. $\int \frac{x dx}{2\sin^2 x^2}$

Задание №3: Найти интеграл, используя интегрирование по частям.

$\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt[4]{x}}dx$

ВАРИАНТ №4

Задание №1: Найти интегралы, используя таблицу и основные свойства.

1. $\int (e^x-\frac{1}{x})dx$
2. $\int \frac{2dx}{7x}$

Задание №2: Найти интегралы, используя подходящую подстановку.

1. $\int x\sqrt{9-x^2}dx$
2. $\int \sqrt[3]{x^2+8}4x dx$
3. $\int \frac{\sin 2x dx}{5\cos x}$
4. $\int 5^{x^2} x dx$

Задание №3: Найти интеграл, используя интегрирование по частям.
$\int (4x-4)\ln x dx$

ВАРИАНТ №5

Задание №1: Найти интегралы, используя таблицу и основные свойства.

1. $\int \frac{5x^2+1}{x} dx$
2. $\int \frac{2dx}{1+x^2}$

Задание №2: Найти интегралы, используя подходящую подстановку.

1. $\int tg5xdx$
2. $\int e^{-x^3} x^2 dx$
3. $\int \sin\left(x^3-1\right)x^2 dx$
4. $\int \frac{xdx}{x^2-4}$

Задание №3: Найти интеграл, используя интегрирование по частям.
$\int 4x \cos 2xdx$

ВАРИАНТ №6

Задание №1: Найти интегралы, используя таблицу и основные свойства.

1. $\int e^{-5x} dx$
2. $\int \frac{5dx}{5+5x^2}$

Задание №2: Найти интегралы, используя подходящую подстановку.

1. $\int e^{2x} \sqrt{e^{2x}-1} \cdot dx$
2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6-4}}$
3. $\int \frac{x^3 dx}{\left(5x^4+4\right)^4}$
4. $\int \left(3x^2-6\right)^2 xdx$

Задание №3: Найти интеграл, используя интегрирование по частям.
$\int x^2 \cos xdx$

Практическая работа №18 «Интегрирование рациональных функций»

Цель: Освоить интегрирование рациональных функций
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ 1

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1) $\int \frac{5dx}{9+2x^2}$

2) $\int \frac{dx}{\sin^2(3x+2)}$

3) $\int \frac{5dx}{(7x+2)^4}$

4) $\int \frac{x^2dx}{3x^3+4}$

ВАРИАНТ 2

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1) $\int \frac{dx}{(4x+1)^4}$

2) $\int \frac{5dx}{9+2x^2}$

3) $\int \frac{x^3dx}{2(x^4-7)}$

4) $\int \frac{xdx}{x^2-4}$

ВАРИАНТ 3

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1) $\int \frac{dx}{2(x^4-7)}$

2) $\int \frac{xdx}{\sin^2(x^2-4)}$

3) $\int \frac{5xdx}{2(x^2-4)}$

4) $\int \frac{x^2dx}{x^3-1}$

ВАРИАНТ 4

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1) $\int \frac{x\ dx}{\sin^2 x^2}$

2) $\int \frac{6u^2du}{\left(5-2u^3\right)^4}$

3) $\int \frac{3z^2dz}{\left(3+2z^3\right)^4}$

4) $\int \frac{3x\ dx}{\cos^2 x^2}$

ВАРИАНТ 5

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1) $\int \frac{3dx}{1+x^2}$

2) $\int \frac{x\ dx}{\sin^2 x^2}$

3) $\int \frac{dx}{(5x+1)^3}$

4) $\int \frac{x\ dx}{x^2-4}$

ВАРИАНТ 6

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1) $\int \frac{x\ dx}{2\sin^2 x^2}$

2) $\int \frac{x\ dx}{x^2-4}$

3) $\int \frac{3x^2dx}{x^3-1}$

4) $\int \frac{3dx}{1+x^2}$

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №19 «Интегрирование иррациональных функций»

Цель: Освоить интегрирование иррациональных функций
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ 1

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1. $\int \frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2. $\int \frac{3x^2dx}{\sqrt{x}}$
3. $\int \left(2x^2 - \frac{1}{\sqrt{x^2}} + 3x - 1\right)dx$
4. $\int \frac{2dx}{\sqrt{5-4x^2}}$

ВАРИАНТ 2

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1. $\int \frac{5dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2. $\int \frac{3x^2dx}{\sqrt{x^5}}$
3. $\int \frac{7dx}{\sqrt{3x^2+4}}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+1}}$

ВАРИАНТ 3

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1. $\int \frac{3dx}{\sqrt{4-5x^2}}$
2. $\int \frac{7dx}{\sqrt{3x^2+4}}$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}}$
4. $\int \frac{7dx}{\sqrt{x^2+4}}$

ВАРИАНТ 4

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{6-x^2}}$
2. $\int \frac{2dx}{\sqrt{3x^2+4}}$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{9+16x^2}}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$

ВАРИАНТ 5

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{9+16x^2}}$
2. $\int \frac{dx}{3\sqrt[3]{x^2}}$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-9x^2}}$
4. $\int \frac{2xdx}{3\sqrt[3]{x^2}}$

ВАРИАНТ 6

Задание: Вычислить неопределенный интеграл и сделать проверку

1. $\int \frac{2dx}{\sqrt{24-9x^2}}$
2. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{3\sqrt[3]{x^2}}$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{6-9x^2}}$
4. $\int \frac{\sqrt{x^3}-3x}{3x}dx$

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №20 «Нахождение определенного интеграла с помощью таблицы и основных свойств»

Цель: Освоить интегрирование определенных интегралов с помощью таблицы и основных свойств

Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Перечислите свойства определённых интегралов. Приведите на каждое свойство не менее трёх примеров.
2. Вычислить следующие определённые интегралы.

1. $\int_{2}^{4}(\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}-2)dx$
2. $\int_{-1}^{3}(2e^x-\frac{2}{3}x)dx$
3. $\int_{-2}^{3}5x^2dx$
4. $\int_{0}^{2}(x^3-4x)dx$
5. $\int_{1}^{4}(\sqrt{x}+2x-\frac{1}{x})dx$
6. $\int_{0}^{\pi}(2\sin x-\frac{2}{3}\cos x+x)dx$

ВАРИАНТ №2

1. Запишите формулу Ньютона-Лейбница, и дайте характеристику каждому элементу в этой формуле, приведите не менее трёх примеров вычисления определённого интеграла по данной формуле.
2. Вычислить следующие определённые интегралы.

1. $\int_{1}^{3}(\frac{2}{x^5}+\frac{-4}{x^3}-x-7)dx$
2. $\int_{-1}^{3}(2e^x-\frac{2}{3}x)dx$
3. $\int_{1}^{3}\frac{4}{7}x^{\frac{1}{3}}dx$
4. $\int_{4}^{5}(\ln x-4\sqrt{2x})dx$
5. $\int_{1}^{4}(\sqrt{7x}+2x^2-\frac{1}{x^3})dx$
6. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\cos x-\frac{2}{3}\sin x+3x)dx$

ВАРИАНТ №3

1. Запишите формулы интегрирования всех элементарных функций и запишите по одному примеру на каждую функцию.
2. Вычислить следующие определённые интегралы.

1. $\int_{-1}^{3}(3x^{-2}+\frac{4}{x^3}-8)dx$
2. $\int_{1}^{5}(\frac{5}{4^{-x}}+\frac{1}{6}e^x)dx$
3. $\int_{0}^{4}8x^{-5}dx$
4. $\int_{0}^{2}(x^4-5x^3+10)dx$
5. $\int_{1}^{4}(\sqrt{x^3}+2x-\frac{1}{x^4})dx$
6. $\int_{0}^{\pi}(2\sin x+4\cos x+tgx)dx$

ВАРИАНТ №4

1. Чем отличается определённый интеграл от неопределённого. В чём заключается геометрический смысл определённого интеграла?
2. Вычислить следующие определённые интегралы.

1. $\int_{1}^{3}(\frac{2}{x^{-3}}+\frac{6}{\sqrt{x}}-\sqrt[3]{27}x^2-3)dx$
2. $\int_{1}^{4}(4^x-\frac{2}{3}x^3)dx$
3. $\int_{0}^{2}9\sqrt[4]{x}dx$
4. $\int_{4}^{5}(log_3x-4e^x)dx$
5. $\int_{1}^{4}(\sqrt{5x}+5x^2-\frac{1}{\cos^2 x})dx$
6. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}(\cos x+3\sin x+3)dx$

ВАРИАНТ №5

1. Запишите формулы для нахождения неопределённых интегралов показательной и логарифмической функции, и придумайте на каждый случай не менее трёх примеров.
2. Вычислить следующие определённые интегралы.

1. $\int_{1}^{2}(\frac{5}{x}-3x)^2dx$
2. $\int_{-1}^{3}(\frac{3x-2x^3+4}{x^2})dx$
3. $\int_{0}^{8}9x^{-3}dx$
4. $\int_{0}^{2}(\sqrt[3]{x^2}+6x-4)dx$
5. $\int_{1}^{4}(\sqrt{x}+2x-2^x)dx$
6. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(2ctgx-\frac{1}{3}\cos x+7)dx$

ВАРИАНТ №6

1. Запишите формулы интегрирования для тригонометрических функций, и придумайте не менее трёх примеров для каждого случая.
2. Вычислить следующие определённые интегралы.

1. $\int_{1}^{3}(\frac{2}{x^3}+\frac{8}{5^{-x}}-x^{-1}-12)dx$
2. $\int_{1}^{5}(e^x-6x-1)dx$
3. $\int_{0}^{2}7x^6dx$
4. $\int_{4}^{5}(\log_2 x+3\sqrt{x})dx$
5. $\int_{0}^{4}(e^x+x^2-4x)dx$
6. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}(\cos x-3\sin x+x)dx$

Практическая работа №21 «Вычисление определенных интегралов заменой переменной и по частям»

Цель: Освоить вычисление определённых интегралов методом замены переменных и по частям.

Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Перечислите свойства определённых интегралов.
2. Вычислить определённые интегралы, используя подходящий метод интегрирования:

1. $\int_{2}^{4}(x^2-2)xdx$
2. $\int_{-1}^{3}(\sqrt{x-3})dx$
3. $\int_{-2}^{3}5x^2(x^3-5)dx$
4. $\int_{0}^{2}(x^2-4x)xdx$
5. $\int_{1}^{4}\frac{x}{\sqrt{x^2+8}}dx$
6. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}x\sin xdx$

ВАРИАНТ №2

1. Запишите формулу разложения по частям для определённого интеграла, и приведите пример.
2. Вычислить определённые интегралы, используя подходящий метод интегрирования:

1. $\int_{1}^{3}(x^2+3)x\,dx$
2. $\int_{-1}^{3}\left(\frac{6x}{\sqrt[4]{3-x^2}}\right)dx$
3. $\int_{1}^{3}\frac{4}{7}x^4\sqrt{x^5+1}\,dx$
4. $\int_{-3}^{4}\frac{x}{5x^2-2}dx$
5. $\int_{1}^{4}(x^3(x^4-2)dx$
6. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}x\cos x\,dx$

ВАРИАНТ №3

1. В чем различие результата вычисления определенного интеграла и неопределенного.
2. Вычислить определённые интегралы, используя подходящий метод интегрирования:

.

1. $\int_{-1}^{3}(3x^4-5)x^3dx$
2. $\int_{1}^{5}\left(\frac{x^2}{x^3-7}\right)dx$
3. $\int_{0}^{4}\frac{8x}{\sqrt{x^2+1}}dx$
4. $\int_{0}^{2}(\sqrt[3]{x^2+2})x\,dx$
5. $\int_{1}^{4}(x-1)^4dx$
6. $\int_{-\pi}^{\pi}x\ln x\,dx$

ВАРИАНТ №4

1. В чём заключается геометрический смысл определённого интеграла?
2. Вычислить определённые интегралы, используя подходящий метод интегрирования:

1. $\int_{1}^{3}(x+2)^6dx$
2. $\int_{1}^{4}(4-\frac{2}{3}x^3)x^2dx$
3. $\int_{0}^{2}x\sqrt[3]{1+x^2}\,dx$
4. $\int_{-4}^{-1}\frac{x}{x^2+5}$
5. $\int_{1}^{4}\left(\frac{x^4}{\sqrt{x^5+6}}\right)dx$
6. $\int_{0}^{\frac{1}{6}}(xe^x)dx$

ВАРИАНТ №5

1. В чём заключается суть метода замены при вычислении определённого интеграла.
2. Вычислить определённые интегралы, используя подходящий метод интегрирования:

1. $\int_1^2 (x+4)^5 dx$
2. $\int_{-1}^3 (x^3-1)x^2 dx$
3. $\int_0^8 \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}} dx$
4. $\int_0^2 (x\sqrt[3]{x^2+3}dx$
5. $\int_1^4 (\frac{x^2}{x^3+1} dx$
6. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (2ctgx - \frac{1}{3}\cos x + 7)dx$

ВАРИАНТ №6

1. Что такое определённый интеграл, перечислите известные вам методы интегрирования определённых интегралов.
2. Вычислить определённые интегралы, используя подходящий метод интегрирования:

1. $\int_0^2 (x-2)^3 dx$
2. $\int_0^2 \frac{x}{x^2-1} dx$
3. $\int_0^1 7x^6\sqrt[3]{x^7+1}dx$
4. $\int_4^5 (x^4+2x)(4x^3+2)dx$
5. $\int_0^4 \frac{4x^2+2}{\sqrt{x^3+2x}} dx$
6. $\int_0^1 x^2 e^x dx$

Практическая работа №22 «Вычисление площадей фигур с помощью определенного интеграла»

Цель: Сформировать навыки использования понятия определённого интеграла для решения прикладных задач

ВАРИАНТ №1

Задание: Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций. Изобразить схематически полученные фигуры.

1. $y = x$, $y = -x^2 + 4$, $y = -x + 1$.
2. $y = \frac{4}{3}x + 4$, $y = -2$, $x = 1$.
3. $y = \sin x$, $x = -\pi$, $x = \pi$, ось Ox.

ВАРИАНТ №2

Задание: Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций. Изобразить схематически полученные фигуры.

1. $y = -(x+2)^2 + 2$, $y = x$, $y = -x - 3$.
2. $y = x^3$, $y = -3$, $y = 3$.
3. $y = \sin x$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, ось Ox.

ВАРИАНТ №3

Задание: Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций. Изобразить схематически полученные фигуры.

1. $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -2$, $y = x + 2$.
2. $y = -x^2 + 6$, $y = -2x$.
3. $y = 2\sin x$, $x = 0$, $x = \pi$, ось Ox.

ВАРИАНТ №4

Задание: Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций. Изобразить схематически полученные фигуры.

1. $y = (x-3)^2 - 3$, $y = x$, $y = -x + 7$.
2. $y = -x$, $x = 2$, $y = x + 3$.
3. $y = 2\sin x$, $x = 0$, $x = -\pi$, ось Ox.

ВАРИАНТ №5

Задание: Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций. Изобразить схематически полученные фигуры.

1. $y = x^3 + 1$, $y = -x$, $y = x + 2$.
2. $y = 2x^2$, $y = 4$.
3. $y = \cos x$, $x = 0$, $x = \pi$, ось Ox.

ВАРИАНТ №6

Задание: Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций. Изобразить схематически полученные фигуры.

1. $y = x$, $y = -x^2 + 4$, $y = -x$.
2. $y = \frac{4}{3}x + 4$, $x = 1$, $y = -1$.
3. $y = \cos 2x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, ось Ох.

Практическая работа№23 «Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных»

Цель: Сформировать навыки дифференцирования функции двух действительных переменных

Время выполнения: 135 минут

ВАРИАНТ №1

1. Найти частные производные первого и второго порядка $z = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$.
2. Найти частные производные функции в точке М(1,2) $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
3. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал данных функций.

a) $z = \frac{x^2 y}{x + \sin y}$. b) $z = \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 - y^2}}$.

ВАРИАНТ №2

1. Найти частные производные первого и второго порядка $z = 3yx^4 + y^4x - 4x^2$.
2. Найти частные производные функции в точке М(4,1) $z = x^2\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}$.
3. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал данных функций.

a) $z = \frac{xy}{x^2 - tgy}$ b) $z = \ln \frac{\sqrt{y} - x}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}$

ВАРИАНТ №3

1. Найти частные производные первого и второго порядка $z = x^3 + 3y^2 - x^2 y^2$.
2. Найти частные производные функции в точке М(1,1) $z = y\sqrt[3]{x} + \dfrac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
3. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал данных функций.

a) $z = y\sqrt[3]{x} + \dfrac{y}{\sqrt[3]{x}}$. b) $z = \ln \dfrac{xy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$.

ВАРИАНТ №4

1. Найти частные производные первого и второго порядка $z = x^4 + y^4 - 4x^2 y^2$.
2. Найти частные производные функции в точке М(2,1) $z = x\sqrt{y} + \dfrac{y-2}{\sqrt[3]{x}}$
3. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал данных функций.

a) $z = \dfrac{y}{x + \cos^2 y}$ b) $z = \ln \dfrac{\sqrt{y} - x}{\sqrt{x} + y}$

ВАРИАНТ №5

1. Найти частные производные первого и второго порядка $z = xy + y^4 x - 4x^2 y^2$.
2. Найти частные производные функции в точке М(1,2) $z = y^2\sqrt[3]{x} + \dfrac{y^3}{\sqrt[3]{x}}$.
3. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал данных функций.

a) $z = \dfrac{x^2 + y^2}{x^2 + y}$ b) $z = \ln \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{4x}$.

ВАРИАНТ №6

1. Найти частные производные первого и второго порядка $z = x^3 + xy^4 - 4x^2 y^2 - x + y$.
2. .Найти частные производные функции в точке М(3,1) $z = -2x\sqrt{y} - \dfrac{y+4}{\sqrt[3]{x}}$
3. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал данных функций.

a) $z = \dfrac{x^2 + \cos y^2}{\sin x^2 + y}$ b) $z = \ln \dfrac{\sqrt{y^3} - x}{4\sqrt{x}}$

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №24 «Вычисление экстремумов функций нескольких переменных»

Цель: Освоить применение частных производных для нахождения экстремумов функции нескольких переменных

Время выполнения: 45 минут

ВАРИАНТ № 1

1. Найдите экстремумы для следующих функций двух переменных:
   1) $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
   2) $z = 2x^3 + y^3 - 3xy$
2. Запишите необходимые условия существования экстремума

ВАРИАНТ № 2

1. Найдите экстремумы для следующих функций двух переменных:
   1) $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$
   2) $z = x^3 - 6x^2 + 3xy^2 + 6xy + 5$
2. Запишите достаточные условия существования экстремума в точке

ВАРИАНТ № 3

1. Найдите экстремумы для следующих функций двух переменных:
   1) $z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 4y$
   2) $z = 4xy - 6x^2 - 7y^2 + 12$
2. Что такое экстремум функции двух переменных в точке?

ВАРИАНТ № 4

1. Найдите экстремумы для следующих функций двух переменных:
   1) $z = -4x^2 + 2xy - y^2 - x - 6y$
   2) $z = 3x^2 + 10y^2 + 6xy + 4$
2. Сколько может быть экстремумов при исследовании функции двух переменных? Какие экстремумы получились у вас при решении задания №1?

ВАРИАНТ № 5

1. Найдите экстремумы для следующих функций:
   1) $z = 5x^2 + xy + y^2 - 5x - 6y + 3$
   2) $z = -7x^2 - 10xy - 10y^2 + 50y - 34x$
2. Запишите порядок исследования функции двух переменных на экстремум.

ВАРИАНТ № 6

1. Найдите экстремумы для следующих функций:
   1) $z = 4x^2 - xy + 7y^2 + x - y + 13$
   2) $z = -x^3 - y^3 + 3xy$
2. Сколько экстремумов получилось при решении задачи №1, запишите значения коэффициентов А, В, С для ваших двух задач.

Практическая работа №25 «Вычисление двойных интегралов в случае области 1-го и 2-го типа»

Цель: Освоить вычисление двойных интегралов в случае области 1-го и 2-го типа
Время выполнения: 135 минут

ВАРИАНТ 1

1) Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_0^3 dx \int_0^2 f(x,y)dy$$

2) Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^3 dx \int_0^2 (x^2 + 2xy)dy$$

3) Вычислить двойной интеграл по двум областям интегрирования

$\iint_D xydxdy$, D область ограниченная параболами $y = x^2$ u $x = y^2$

ВАРИАНТ 2

1) Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_1^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^{\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}} f(x,y)dx$$

2) Вычислить повторный интеграл

$$\int_{-2}^{2} dy \int_0^{y^2} (2x+y)dx$$

3) Вычислить двойной интеграл по двум областям интегрирования

$\iint\limits_D ydxdy$, D область ограниченная параболами $y = x-2 \; и \; x = y^2$

ВАРИАНТ 3

1) Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_0^2 dx \int_0^x f(x,y)dy$$

2) Вычислить повторный интеграл

$$\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x-y)dy$$

3) Вычислить двойной интеграл по двум областям интегрирования

$\iint\limits_D (x-y)dxdy$, D область ограниченная указанными линиями

$x+y=2, y=x \; и \; y=0$

ВАРИАНТ 4

1) Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y)dy$$

2) Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^3 dx \int_{x^2}^{9} (x^2-y)dy$$

3) Вычислить двойной интеграл по двум областям интегрирования

$\iint\limits_D \frac{y}{x}dxdy$, D область ограниченная линиями $x=1, \; x=4, \; y=x, y=2\sqrt{x}$

ВАРИАНТ 5

1) Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$$

2) Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{x} (x+xy)dy$$

3) Вычислить двойной интеграл по двум областям интегрирования

$\iint_D x^3 dxdy$, D область ограниченная указанными линиями: $y = 6 - x^2$, $x = y$, $x = 0$

ВАРИАНТ 6

1) Измените порядок интегрирования в двойном интеграле

$$\int_0^3 dx \int_0^2 f(x,y)dy$$

2) Вычислить повторный интеграл

$$\int_2^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^{y} (xy)dx$$

3) Вычислить двойной интеграл по двум областям интегрирования

$\iint_D xydxdy$, D область ограниченная параболами $y = 0$ *и* $y = 4 - x^2$

Практическая работа №26 «Приложение двойного интеграла в геометрии»
Цель: Освоить вычисление двойного интеграла в полярных координатах
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Вычислить повторные интегралы в полярных координатах

   1) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_2^4 r^2 \sin\varphi dr$ 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_2^{3,5} 2r^2 \cos\varphi dr$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D r^2 d\varphi dr$ площадь области D, заданной неравенствами $\frac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$,

   $1 \le r \le 3$

3. Вычислить площадь плоской фигуры в прямоугольных координатах, если область Dограничена линиями: $y=\frac{4}{x}, \quad y=x, \quad y=4$

ВАРИАНТ №2

1. Вычислить повторные интегралы в полярных координатах

1) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{1}^{4} r^{3} \sin\varphi dr$ 2) $\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{2}^{5} \frac{r^{2}}{3} \cos\varphi dr$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} r^{2} d\varphi dr$ по области D, заданной неравенствами $\frac{\pi}{3} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$, $3 \le r \le 6$
3. Вычислить площадь плоской фигуры в прямоугольных координатах, если область D, ограничена линиями: $y=\frac{8}{x}, \quad y=-x+9$

ВАРИАНТ №3

1. Вычислить повторные интегралы в полярных координатах

1) $\int\limits_{0}^{\frac{2\pi}{3}} d\varphi \int\limits_{1}^{3} 5r \sin\varphi dr$ 2) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}} d\varphi \int\limits_{1}^{4} 2r^{3} dr$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} 2\sin\varphi d\varphi dr$ по области D, заданной неравенствами $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$, $2 \le r \le 3$
3. Вычислить площадь плоской фигуры в прямоугольных координатах, если область D ограничена линиями: $y=\sin x, \quad y=\cos x, \quad x=0$

ВАРИАНТ №4

1. Вычислить повторные интегралы в полярных координатах

1) $\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{1}^{6} 3r \sin\varphi dr$ 2) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int\limits_{1}^{1,5} 2r^{2} dr$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} 2\cos\varphi d\varphi dr$ по области D, заданной неравенствами $\pi \le \varphi \le \frac{3\pi}{2}$, $1 \le r \le 4$

3. Вычислить площадь плоской фигуры в прямоугольных координатах, если область D ограничена линиями: $y = \sin x, \quad y = 1, \quad x = \frac{\pi}{4}$

ВАРИАНТ №5

1. Вычислить повторные интегралы в полярных координатах

1) $\int\limits_{0}^{\frac{2\pi}{3}} d\varphi \int\limits_{1}^{5} \frac{1}{5} r \sin\varphi dr$ 2) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} 2r^2 - 1 dr$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} r^3 d\varphi dr$ по области D, заданной

$\frac{\pi}{6} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$, $2 \le r \le 3{,}5$

3. Вычислить площадь плоской фигуры в прямоугольных координатах, если область D ограничена линиями: $y^2 = 4x, \quad y = x, \quad x = 0$

ВАРИАНТ №6

1. Вычислить повторные интегралы в полярных координатах

1) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{1}^{4} (r+2) dr$ 2) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{2} \frac{r}{3} \sin\varphi dr$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} (1 - r^2)\varphi d\varphi dr$ по области D, заданной неравенствами $\frac{2\pi}{3} \le \varphi \le \pi$, $0 \le r \le 4$

3. Вычислить площадь плоской фигуры в прямоугольных координатах, если область D, ограничена линиями: $y = x^2, \quad y = -x^2 + 2, \quad x = 0$

Глухова Людмила Алексеевна, Сапожникова Галина Васильевна

Практическая работа №27 «Исследование числовых рядов с положительными элементами на сходимость»

Цель: Освоить исследование положительных числовых рядов на сходимость, используя различные признаки сходимости
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

1. Исследовать ряды на сходимость, используя необходимый и достаточные признаки, и сделать проверку:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^3 - 1}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n(n-1)(n+2)}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^n n!}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$

2. В чём состоит суть признака сравнения при исследовании рядов, приведите примеры.

ВАРИАНТ №2

1. Исследовать ряды на сходимость, используя необходимый и достаточные признаки, и сделать проверку:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+1)(n+2)}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n^2 + 5n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n-1)!8^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}$

2. В чём состоит суть признака Даламбера при исследовании рядов, приведите примеры.

ВАРИАНТ №3

1. Исследовать ряды на сходимость, используя необходимый и достаточные признаки и, сделать проверку:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n^2}{3n^3-1}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+n}{(n+1)(n+2)}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{n^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+n-1}{4^n}$

2. Какой ряд называется положительным? Сходящимся, расходящимся?

ВАРИАНТ №4

1. Исследовать ряды на сходимость, используя необходимый и достаточные признаки, и сделать проверку:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-1}{(n+2)^2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}-7}{n^2-2n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+n-1}{2^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(n!)^2}{(3n+1)(2n)!}$

2. В чём состоит суть необходимого признака при исследовании рядов на сходимость, всегда ли он применяется, в каких случаях при исследовании требуются достаточные признаки? Приведите примеры.

ВАРИАНТ №5

1. Исследовать ряды на сходимость, используя необходимый и достаточные признаки, и сделать проверку:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{2n}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2(n+1)}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{n(n+1)}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{3n}}{(3n-1)!}$

2. Перечислите и охарактеризуйте все известные вам признаки.

ВАРИАНТ №6

1. Исследовать ряды на сходимость, используя необходимый и достаточные признаки, и сделать проверку:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)^3}{(n+1)(n+2)}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4(n-2)}{n^3-5n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n(n^2-1)}{n!}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n+2)!}{10^n n^2}$

2. В чём состоит суть признака Коши при исследовании рядов, приведите примеры.

Практическая работа №28. Исследование знакочередующихся рядов на абсолютную и условную сходимость

Цель: Освоить на практических примерах исследование знакочередующихся рядов на абсолютную и условную сходимость

Время выполнения: 135 минут

ВАРИАНТ 1

1. Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость абсолютную или условную.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5}{n^3+1}$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4(n^2+n)}{(n+2)(n+3)}$ 3 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{1}{(2n+1)!}$

2. Разложить функцию $y=e^{4x}$ в ряд Маклорена.

3. Какой ряд называется функциональным и степенным, приведите примеры. Запишите, как выглядит разложение функции в ряд Тейлора и Маклорена.

ВАРИАНТ 2

1. Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость абсолютную или условную.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4}{7^n}$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3(n^2+n)}{(7n^5-2)(n+5)}$ 3 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{1}{(2n-1)!}$

2. Разложить функцию $y=\sin 3x$ в ряд Маклорена.

3. Сформулируйте признак Лейбница, необходимый для исследования знакочередующихся рядов на сходимость. Если признак Лейбница не выполняется, что можно сказать о сходимости знакочередующегося ряда.

ВАРИАНТ 3

1. Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость абсолютную или условную

$$1.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{8}{\sqrt[4]{n}} \qquad 2.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{4(n^2-n)}{(n+2)^3} \qquad 3\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{1}{(3n-1)!}$$

2. Разложить функцию $y=\ln(x+1)$ в ряд Маклорена.

3. Запишите алгоритм исследования знакочередующегося ряда на сходимость абсолютную или условную.

ВАРИАНТ 4

1. Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость абсолютную или условную.

$$1.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n^5}{5^n} \qquad 2.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3(n^2+n)}{n^2} \qquad 3.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n^2}{(n+1)!}$$

2. Разложить функцию $y=2\cos\frac{x}{2}$ в ряд Маклорена.

3. Что такое радиус сходимости, интервал сходимости область сходимости для степенного ряда. Какие возможны случаи при исследовании степенного ряда на сходимость

ВАРИАНТ 5

1. Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость абсолютную или условную.

$$1.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5}{\sqrt{n}+1} \qquad 2.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{(2n^2+n)}{(n+3)} \qquad 3\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^{n}\frac{3}{(n-2)!}$$

2. Разложить функцию $y=\ln(x-2)$ в ряд Маклорена.

3. Перечислите все достаточные признаки сходимости положительных рядов, дайте характеристику каждому.

ВАРИАНТ 6

1. Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость абсолютную или условную.

$$1.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3+2}{2^n} \quad 2.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3(n^2+n)}{(n+2)(n+5)^3} \quad 3\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n}{(2+n)!}$$

2. Разложить функцию $y=\sin\frac{x}{3}$ в ряд Маклорена.

3. Сформулируйте необходимый признак сходимости положительных рядов, приведите пример

Практическая работа №29-30 Интегрирование дифференциальных уравнений с разделенными и разделяющимися переменными. Решение дифференциальных уравнений второго порядка.

Цель: Освоить решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными, и однородных дифференциальных уравнений первого порядка
Время выполнения: 90 минут

ВАРИАНТ №1

Задание №1 Найдите общее и частное решение дифференциального уравнения

1. $x^3ydx=y^2xdy,$ при y=2, x=3
2. $(x+3)ydy-3(y-3)xdx=0$, при y=1, x=1
3. $(y-1)dx-(x-1)dy=0$ при y=1, x=1
4. $2(x^2-4)ydy+(y^2-4)xdx=0$ при y=1 x=1
5. $\frac{dx}{\sqrt{x}}-\frac{xdy}{\sqrt[3]{y}}=0$ при y=1 x=1

Задание №2 Найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие, указанным условиям:

1. $\frac{d^2y}{dx^2}=0$; y=3 при x=1
2. $y''+2y'+y=0$

ВАРИАНТ №2

Задание №1 Найдите общее и частное решение дифференциального уравнения

1. $x^2ydx = y^3xdy,$ при y=2, x=2
2. $(x+1)ydy + 3(y-3)xdx = 0$,при y=1, x=1
3. $ydx - xy^2dy = 0$ при y=1 x=2
4. $(x^2-1)ydy + (y^2+1)xdx = 0$ при y=2 x=2
5. $\frac{y^3dx}{\sqrt{x}} + \frac{x^2dy}{\sqrt[3]{y}} = 0$ при y=1 x=1

Задание №2 Найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие, указанным условиям:

1. $\frac{d^2y}{dx^2} = 4$; y=1 при x=1
2. $y'' - 8y' + 15y = 0$

ВАРИАНТ №3

Задание №1 Найдите общее и частное решение дифференциального уравнения

1. $x^2y^2dx + y^2xdy = 0$ при y=1, x=1
2. $(x+2)ydy + (y-3)xdx = 0$,при y=2, x=1
3. $ydx + xdy = 0$ при y=1, x=2
4. $(x^2+1)ydy + (y^2+1)xdx = 0$ при y=2 x=2
5. $\frac{y^2dx}{\sqrt{x}} - \frac{xdy}{\sqrt[3]{y}} = 0$ при y=1 x=1

Задание №2 Найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие, указанным условиям:

1. $\frac{d^2s}{dt^2} = 6t$; $s = 0$ и $\frac{ds}{dt} = 10$ при $t = 0$.
2. $y'' + 10y' + 25y = 0$

ВАРИАНТ №4

Задание №1 Найдите общее и частное решение дифференциального уравнения

1. $x^4ydx + y^2xdy = 0,$ при y=2, x=2
2. $(x+5)ydy + (y+3)xdx = 0$,при y=1, x=1
3. $y^2dx - x^5dy = 0$ при y=1 x=2

4. $(x^2-3)ydy+(y^2-3)xdx=0$ при y=2 x=2
5. $\frac{y^3dx}{\sqrt[3]{x}}+\frac{xdy}{\sqrt[3]{y}}=0$ при y=1 x=1

Задание №2 Найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие, указанным условиям:

1. $\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{x^3}$; $y=0$ и $y'=0$ при $x=1$.
2. $y''+9y=0$

ВАРИАНТ №5

Задание №1 Найдите общее и частное решение дифференциального уравнения

1. $x^2ydx-y^2xdy=0$ при y=2, x=3
2. $(x+3)ydy-(y-3)xdx=0$,при y=1, x=1
3. $(y-1)dx-(x-1)dy=0$ при y=1, x=1
4. $(x^2-4)ydy+(y^2-4)xdx=0$ при y=1, x=1
5. $\frac{dx}{\sqrt{x}}-\frac{xdy}{\sqrt[3]{y}}=0$ при y=1, x=1

Задание №2 Найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие, указанным условиям:

1. $\frac{d^2s}{dt^2}=18t+2$; $s=4$ и $\frac{ds}{dt}=5$ при $t=0$
2. $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-20y=0$

ВАРИАНТ №6

Задание №1 Найдите общее и частное решение дифференциального уравнения

1. $xy^2dx+y^2xdy=0,$ при y=1, x=1
2. $(x-1)ydy-(y+1)xdx=0$,при y=2, x=2
3. $y^3dx+x^2dy=0$ при y=1 x=2
4. $(x^2+1)ydy-(y^2-1)xdx=0$ при y=2 x=3
5. $\frac{ydx}{\sqrt[4]{x}}-\frac{xdy}{\sqrt[3]{y}}=0$ при y=1 x=1

Задание №2 Найдите частные решения уравнений, удовлетворяющие, указанным условиям:

1. $\frac{d^2\theta}{d\omega^2}=\omega^2$; $\theta=0$ и $\frac{d\theta}{d\omega}=12$ при $\omega=0$
2. $\frac{d^2y}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}=0$

Приложение 6

Критерии оценки результатов выполнения практических работ

Критериями оценки результатов работы обучающихся являются:

– уровень усвоения обучающимся учебного материала;
– умение обучающегося использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
– сформированность общих и компетенций:

ОК 1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста

– обоснованность и четкость изложения материала;
– уровень оформления работы.
– анализ результатов.

Критерии оценивания практической работы

Оценка	Критерии оценивания
5	Работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения, содержит результаты и выводы, все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики выполнены аккуратно. Обучающийся владеет теоретическим материалом, формулирует собственные, самостоятельные, обоснованные, представляет полные и развернутые ответы на дополнительные вопросы.
4	Работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения, содержит результаты и выводы, все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики выполнены аккуратно. Обучающийся владеет теоретическим материалом, допуская незначительные ошибки на дополнительные вопросы.
3	Работа выполнена в полном объеме, содержит результаты и выводы, все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики выполнены аккуратно. Обучающийся владеет теоретическим материалом на минимально допустимом уровне, допуская ошибки на дополнительные вопросы.
2	Работа выполнена не полностью. Студент практически не владеет теоретическим материалом, допускает ошибки при ответе на дополнительные вопросы.

Библиографический список

1. Аммосова М.С. О профессиональной направленности математической подготовки специалистов горной промышленности в университетах / М.С. Аммосова // Наука и образование. – Якутск, 2008. – № 2 (50). – С. 44-46.
2. Баврин И.И. Математика для технических колледжей и техникумов: учебник и практикум для СПО / И.И. Баврин. М.: Издательство Юрайт, 2017. – 329 с.
3. Башмаков М.И. Математика.: учеб. пособие для учреждений нач. и сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – М.: Издательский центр «Академия», 2020. – 256 с.
4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: учеб. пособие для СПО / Н.В. Богомолов. – М.: Издательство Юрайт, 2016. – 495 с.
5. Григорьев В.П. Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П.Григорьев, Т.Н.Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2018. – 160 с.
6. Гончаренко В.М. Элементы высшей математики: учебник / В.М. Гончаренко, Л.В. Липагина, А.А. Рылов. – М.: КНОРУС, 2019. – 364 с.
7. Математика в Открытом колледже. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.mathematics.ru, свободный. (Дата обращения 15.08.2021).
8. Петрова Е.М. Модель формирования математической компетентности специалиста технического профиля / Е.М. Петрова // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – Часть 2: Педагогика, психология, теория и методика обучения. – СПб., 2012. – № 133. – С. 238-244.
9. Приказ Минобрнауки России от 09.12.2016 № 1547 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.03 Информационные системы и программирование» // «Российская газета» (специальный выпуск). – 29.12.2016. – № 7164/1.
10. Распоряжение Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р «Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.pravo.gov.ru, свободный. (Дата обращения: 15.08.2022).
11. Чиркова О.В. Мониторинг уровня сформированности математической компетентности студентов бакалавриата направления подготовки «Менеджмент» / О.В. Чиркова // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. – 2015. – № 1 (20). – С. 206-209.